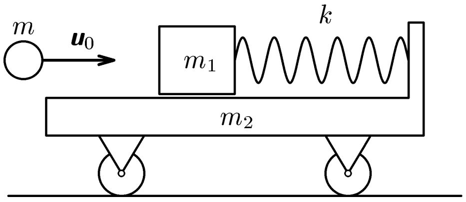
Úlohy 1. kola 41. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

1. Kvádr o hmotnosti m_1 leží na dokonale hladkém vozíku o hmotnosti m_2 a je s jeho přední částí spojen pružinou o tuhosti k (obr. 1). Hmotnost pružiny je zanedbatelná. Zezadu přiletí vodorovným směrem rychlostí $\boldsymbol{u}_0$ koule o hmotnosti m a dokonale pružně se odrazí.



Obr. 1

a) Určete rychlost $\boldsymbol{v}_1$ kvádru těsně po odrazu koule.

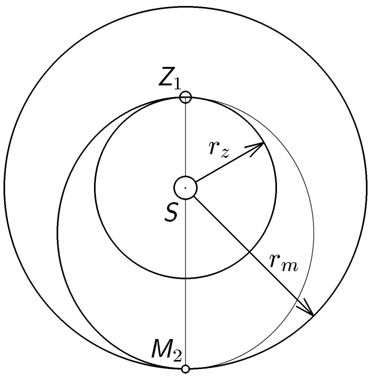
b) Dokažte, že kvádr začne vzhledem k vozíku konat harmonický kmitavý pohyb a určete jeho periodu a amplitudu výchylky.

c) Určete dráhu uraženou vozíkem za jednu periodu pohybu.

d) Určete, jak se bude v závislosti na čase měnit rychlost v kvádru vzhledem k zemi a rychlost w vozíku vzhledem k zemi. Zjištěné závislosti zobrazte do společného grafu. Jaký musí být poměr m_1/m_2, aby se kvádr pohyboval vzhledem k zemi stále vpřed?

Řešte obecně a pro hodnoty:
$m = 0{,}50$ kg, $m_1 = 2{,}0$ kg, $m_2 = 5{,}0$ kg, $k = 150\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}, u_0 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

2. Země obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii o poloměru $149{,}6 \cdot 10^6$ km za 365,26 dne. Také Mars obíhá kolem Slunce po přibližně kruhové trajektorii a jeho doba oběhu je 687,0 dne. Ze Země byly již na Mars vyslány kosmické lodi. Energeticky nejvýhodnější je *Hohmannova trajektorie.* Má tvar poloviny elipsy, která se ve výchozím bodě Z_1 dotýká trajektorie Země a v koncovém bodě M_2 trajektorie Marsu (obr. 2).



Obr. 2

a) Z daných údajů určete poloměr trajektorie Marsu a jeho rychlost.

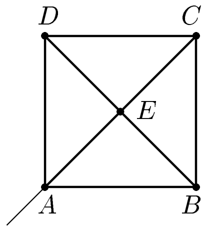
b) Určete délku velké poloosy Hohmannovy trajektorie.

c) Určete dobu letu kosmické lodi ze Země na Mars po Hohmannově trajektorii.

d) Poměr poloměrů kruhových trajektorií na obr. 2 neodpovídá skutečnosti. Narýsujte ve vhodném měřítku obrázek se správným poměrem poloměrů a v něm na základě výpočtu vyznačte polohu Marsu M_1 v okamžiku startu kosmické lodi a polohu Země Z_2 v okamžiku jejího přistání.

3. Drátěná mřížka má tvar čtverce s úhlopříčkami a je celá vyrobena ze stejného drátu (obr. 3). Rámeček zapojíme do elektrického obvodu tak, že jeden vodič bude připojen k uzlu A. Druhý vodič můžeme připojit k jinému vrcholu čtverce nebo k průsečíku úhlopříček. Porovnejte elektrické odpory rámečku v jednotlivých případech. Odpor strany čtverce označte R.

Návod: Využijte toho, že mezi body se stejným potenciálem neprochází elektrický proud.



Obr. 3

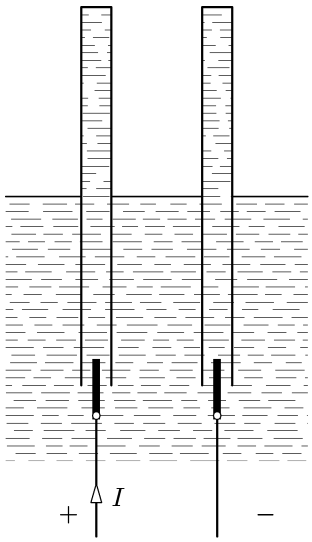
4. Dvě svislé válcové trubice délky L s vnitřním průřezem o obsahu S jsou na horním konci uzavřeny a ponořeny polovinou své délky do vody okyselené malým množstvím kyseliny sírové. Na začátku jsou trubice zcela zaplněny vodou (obr. 4). V otevřených koncích trubic jsou umístěny elektrody připojené ke zdroji stejnosměrného napětí. Po zapnutí zdroje udržujeme v obvodu konstantní proud I. V důsledku elektrolýzy okyselené vody se v jedné z trubic uvolňuje kyslík a ve druhé vodík. Plyny postupně vytlačují vodu z trubic.

a) V které z trubic se hromadí vodík a ve které kyslík? Odpověď zdůvodněte.

b) Určete doby τ_1, τ_2, za které se jednotlivé trubice zcela naplní plynem.

c) Určete hmotnost vody spotřebované za dobu úplného zaplnění obou trubic plynem.

Obr. 4



Předpokládáme, že teplota t celé soustavy je stálá. Řešte obecně a pro hodnoty: $t = 20$ °C, $L = 2{,}0$ m, $S = 20$ cm^2, $I = 0{,}50$ A. Atmosférický tlak má hodnotu $p_\mathrm{a} = 101$ kPa, hustota roztoku je $\varrho = 1005$ kg$\cdot$m^{-3}, tíhové zrychlení $g = 9{,}81$ m$\cdot$s^{-2}.

5. Balon tvaru koule je otvorem zdola plněn teplým vzduchem. Teplota okolního vzduchu je t_1 a uvnitř balonu se daří udržovat teplotu $t_2 > t_1$. Atmosférický tlak má hodnotu p_a. Plátno, ze kterého je balon vyroben, má plošnou hustotu hmotnosti γ.

a) Určete nejmenší poloměr balonu, aby se zvednul.

b) Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž k-krát větší než je hmotnost obalu?

c) Jaký by musel být poloměr balonu, aby unesl zátěž o hmotnosti m_0?

Úlohy a), b) řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty: $t_1 = 20\ °\mathrm{C}$, $t_2 = 70\ °\mathrm{C}$, $p_a = 1{,}00 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}$, $\gamma = 0{,}15\ \mathrm{kg \cdot m^{-2}}$, $k = 3$, $m_0 = 100\ \mathrm{kg}$, $R_m = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$, $M_m(\text{vzduchu}) = 0{,}029\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$.

Úlohu c) řešte pro dané hodnoty pouze numericky s použitím vaší kalkulačky. Použitou numerickou metodu podrobně popište.

6. *Praktická úloha:* **Měření charakteristických veličin galvanického článku s přírodním elektrolytem**

Ponoříme-li do elektrolytu dvě elektrody s různými elektrochemickými potenciály, vznikne mezi nimi napětí. Elektrolytem může být libovolné prostředí obsahující volně pohyblivé ionty. K přírodním elektrolytům můžeme řadit vodu z vodovodu nebo vodu studniční i šťávu z různých druhů ovoce a zeleniny. Pro svorkové napětí zdroje platí

$$U = U_\mathrm{e} - R_i \cdot I\,, \tag{1}$$

kde U_e je elektromotorické napětí zdroje, R_i vnitřní odpor zdroje a I proud procházející obvodem.

Potřeby: Dvě elektrody z různých kovů (nejlépe měď a zinek), brambor (jablko, citron), elektronický voltmetr s velkým vstupním odporem, ampérmetr se známým odporem, reostat.

Příprava galvanického článku: Připravte si elektrody z měděného a zinkového plechu, doporučené rozměry jsou 50 mm × 10 mm. Zinkový plech můžete získat z pláště starého monočlánku, případně jej můžete nahradit pozinkovaným klempířským plechem nebo plechem aluminiovým. Elektrody očistěte jemným smirkovým plátnem a zasuňte do bramboru (jablka, citronu) polovinou délky 1 cm až 2 cm od sebe.

Provedení úlohy:

a) Voltmetrem s velkým vstupním odporem změřte svorkové napětí. Vzhledem k zanedbatelné velikosti proudu procházejícího voltmetrem pokládejte toto napětí za elektromotorické. Změřené napětí porovnejte s tabulkovým rozdílem elektrochemických potenciálů obou použitých kovů.

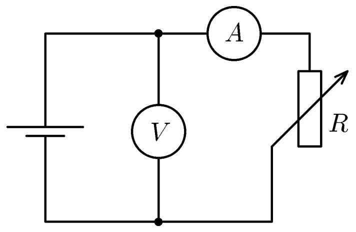
b) Změřte vnitřní odpor zdroje R_i metodou zkratového proudu. K elektrodám článku připojte samotný ampérmetr a změřte zkratový proud I_k. Vzhledem k malému napětí článku nemůžeme zanedbat napětí na ampérmetru a jeho odpor R_A. Platí

$$U_\mathrm{e} = (R_\mathrm{i} + R_\mathrm{A})I_\mathrm{k}\,, \qquad R_\mathrm{i} = \frac{U_\mathrm{e}}{I_\mathrm{k}} - R_\mathrm{A}\,.$$

Odpor ampérmetru R_A zjistěte v jeho návodu k použití.

c) V zapojení podle obr. 2 proměřte závislost svorkového napětí zdroje na odebíraném proudu a sestrojte jeho zatěžovací charakteristiku. Použijte reostat s celkovým odporem asi $10R_\mathrm{i}$.

d) Ze vztahu (1) odvoďte, že zdroj dodává do vnější části obvodu maximální výkon, jestliže $U = U_\mathrm{e}/2$. Nastavte takový odpor reostatu, aby tato podmínka byla přibližně splněna a po dobu 30 minut sledujte svorkové napětí zdroje a odebíraný proud. Hodnoty zapisujte po 1 minutě. Určete náboj, který za tuto dobu prošel obvodem, a práci vykonanou ve vnější části obvodu.



Obr. 2

e) Zhodnoťte přesnost získaných výsledků.

7. Kopací míč byl vykopnut ze země pod elevačním úhlem $\alpha = 45°$ rychlostí o velikosti $v_0 = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Míč se pohybuje bez rotace.

a) Vypočtěte, jaká by byla vzdálenost místa dopadu a doba letu, kdyby neexistoval odpor vzduchu.

b) Pohyb bez odporu vzduchu modelujte vhodnou numerickou metodou pomocí PC. Z modelu zjistěte vzdálenost místa dopadu a dobu letu; hodnoty porovnejte s výsledky výpočtu v úkolu a).

c) Modelujte pohyb míče s přihlédnutím k odporu vzduchu a zjistěte, jaká je skutečná vzdálenost místa dopadu a doba letu

- za bezvětří,
- v případě, že proti hráči fouká vítr o rychlosti 5 m/s,
- v případě, že ve směru výkopu fouká vítr o rychlosti 5 m/s.

Předpokládejte, že síla odporu vzduchu se řídí Newtonovým vztahem

$$F_\mathrm{o} = \frac{1}{2}CS\varrho v^2\,,$$

kde $C = 0{,}48$ je součinitel odporu pro kouli, S je plošný obsah středového průřezu míče, $\varrho = 1{,}25\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ je hustota vzduchu a v je velikost okamžité rychlosti míče. Poloměr a hmotnost běžného kopacího míče si zjistěte sami.