Úlohy 1. kola 43. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Z jednoho bodu vodorovné roviny byly současně vrženy dvě kuličky navzájem na opačnou stranu a pod stejně velkým úhlem β, rychlostmi $\boldsymbol{v}_0$, $\boldsymbol{v}_0{}'$ stejné velikosti (obr. 1).

a) Zvolte úhel β tak, aby vzdálenost míst dopadu kuliček byla stejná jako součet jejich maximálních vzdáleností od roviny během letu. Určete vzdálenost míst dopadu a dobu letu obou kuliček.

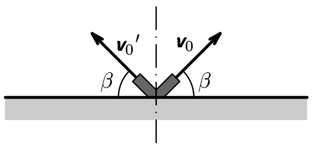
b) Pro jaký úhel β by byla vzdálenost míst dopadu kuliček v úloze a) největší? Určete tuto vzdálenost.

c) Řešte úlohu a) pro případ, že rovinu s vrhacím zařízením nakloníme o úhel α (obr. 2).

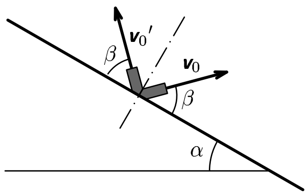
d) Pro jaký úhel β by byla vzdálenost míst dopadu kuliček v úloze c) největší? Určete tuto vzdálenost.

e) Ověřte správnost řešení úloh a), b) vhodným dosazením do vztahů získaných v úloze c), d).

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $\alpha = 40°$, $v_0 = 5{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Odpor vzduchu neuvažujte.



Obr. 1



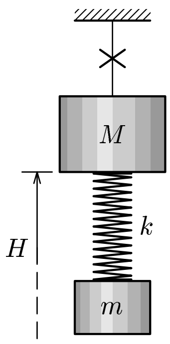
Obr. 2

2. Válec o hmotnosti $M = 500$ g je zavěšen na niti tak, že jeho dolní podstava je ve výši $H = 2{,}00$ m nad zemí. Pod ním je na pružině o tuhosti $k = 25$ N/m, jejíž délka v nezatíženém stavu je $l_0 = 20$ cm, zavěšen druhý válec o hmotnosti $m = 200$ g (obr. 3).
V čase $t = 0$ nit přestřihneme.

a) Padající soustava se rozkmitá. Určete periodu kmitů a amplitudy výchylky obou těles.

b) Ve kterém okamžiku bude pružina poprvé nezatížená? Jakými rychlostmi se přitom budou pohybovat oba válce?

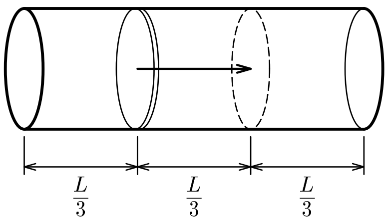
c) Ve kterém okamžiku bude poprvé vzdálenost obou těles minimální? V jaké výšce přitom bude dolní podstava horního válce a horní podstava dolního válce?



Obr. 3

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Hmotnost pružiny zanedbáváme.

3. Uzavřená válcová nádoba je lehce pohyblivým pístem rozdělena na dvě části, jejichž objemy jsou v poměru 1:2 (Obr. 4). V jedné části nádoby se nachází vzduch a ve druhé voda a vodní pára, přičemž objem vody je vzhledem k objemu páry zanedbatelný. Začneme-li nádobu zvolna zahřívat, bude se píst pohybovat ke vzdálenějšímu konci, ale při určité teplotě, když se poměr objemů změní na 2:1, se zastaví a při dalším zahřívání zůstane v klidu.



Obr. 4

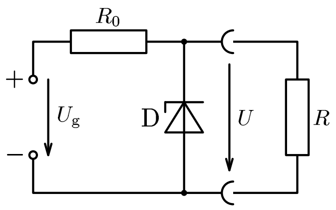
a) Ve které části nádoby se nachází vzduch? Vysvětlete příčinu pohybu a zastavení pístu.
b) Určete poměr hmotností vody a páry na začátku děje.
c) Určete poměr hmotností vody a páry při průchodu pístu středem nádoby.

4. Žebřík délky l a hmotnosti m stojí na vodorovné podlaze a opírá se o zeď. S podlahou svírá úhel α.

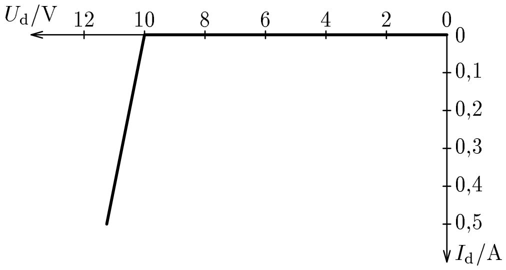
a) Ze známých součinitelů smykového tření na podlaze f_1 a na zdi f_2 určete nejmenší úhel $\alpha_{\min}$, při kterém se žebřík udrží v šikmé poloze a nepodklouzne.
b) Jak by se změnil úhel $\alpha_{\min}$ z úlohy a), kdybychom zanedbali tření o zeď ?
c) Stačilo by k udržení žebříku samotné tření na zdi ?
d) Člověk o hmotnosti m_1 začne stoupat po žebříku. Určete největší vzdálenost $d_{\max}$ od dolního konce žebříku, kam ještě může pro daný úhel α vystoupit a žebřík pod ním nepodklouzne. (Uvažujte, jako by tíha člověka působila v jediném bodě žebříku.)
e) Určete nejmenší úhel $\alpha'_{\min}$ žebříku tak, aby mohl člověk o hmotnosti m bezpečně vylézt po žebříku až nahoru, aniž by mu žebřík podklouzl.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 10$ kg, $m_1 = 60$ kg, $l = 4$ m, $f_1 = 0{,}3$, $f_2 = 0{,}1$; úlohu d) pro úhel $\alpha = 60°$.

5. Stabilizátor napětí se Zenerovou diodou je zapojen podle obr. 5. Voltampérovou charakteristiku diody v závěrném směru lze s vyhovující přesností aproximovat lomenou čarou podle obr. 6. Zenerovo napětí diody je $U_{z0} = 10{,}0$ V. Dynamický odpor diody v pracovní oblasti je $R_d = \dfrac{\Delta U_d}{\Delta I_d} = 2{,}0\ \Omega$. Maximální ztrátový výkon diody je $P_m = 5{,}0$ W. Po jeho překročení by se dioda zničila. Vstupní napětí stabilizátoru U_g kolísá během provozu mezi hodnotami $U_{g1} = 15$ V a $U_{g2} = 20$ V.



Obr. 5



Obr. 6

a) Určete proud $I_{\mathrm{d\,max}}$ a napětí na Zenerově diodě $U_{\mathrm{d\,max}}$, při kterých se dosáhne maximálního ztrátového výkonu.

b) Určete minimální hodnotu odporu R_0, při které nedojde za provozu k překročení maximálního ztrátového výkonu diody ani při $R \to \infty$.

c) Při volbě $R_0 = 50\ \Omega$ určete interval odporů zátěže, ve kterém je za provozních podmínek $U_g \in \langle U_{g1}, U_{g2} \rangle$ stabilizátor stále funkční (tj. napětí na zatěžovacím rezistoru neklesne pod U_{z0}).

d) Pro $R_0 = 50\ \Omega$ a $R = 200\ \Omega$ určete, jak bude záviset napětí U na zátěži na vstupním napětí U_g. Určete také rozsah napětí U při daném rozsahu U_g.

e) Pro $R_0 = 50\ \Omega$ stanovte relativní činitel stabilizace $S = \dfrac{\Delta U_g}{U_g} \cdot \dfrac{U}{\Delta U}$ v okolí $U_g = 18$ V.

Řešte vždy nejprve obecně, pak pro zadané číselné hodnoty.

6. *Praktická úloha.* **Měření relativní permitivity materiálu plastové láhve**

Pomůcky: plastová válcová láhev s rovným povrchem (např. dolní část láhve od minerální vody Mattoni), pruh alobalu, nízkofrekvenční generátor, sluchátko s velkou impedancí, 2 izolační stojánky, konopný provaz, sůl, lepicí páska, nitě, spojovací vodiče, několik kondenzátorů o kapacitě 1 nF až 10 nF

Popis měřicích metod:

a) *Zhotovení válcového kondenzátoru s plastovým dielektrikem*

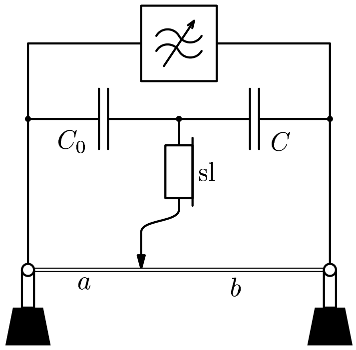
Plastovou láhev naplníme mírně osolenou vodou. Její hladkou válcovou část obalíme pruhem alobalu, který upevníme lepicí páskou a omotáme nití, aby všude těsně doléhal na láhev. Jeden přívodní drát vedeme pod zátkou do osolené vody, druhý připojíme k alobalovému plášti.

b) *Změření kapacity můstkovou metodou*

Použijeme zapojení podle obr. 7. Ve funkci odporového drátu použijeme konopný provázek navlhčený slanou vodou napnutý mezi dva izolační stojánky. (Elektrická vodivost takového provázku právě vyhovuje potřebám našeho měření a připomíná éru 17. až 19. století, ve které se některé základní elektrické zákony objevovaly pomocí jednoduchých měřicích prostředků.)

Kapacitu C našeho válcového kondenzátoru porovnáme se známou kapacitou C_0 jiného kondenzátoru. Frekvenci generátoru volíme v oblasti největší citlivosti sluchátka (obvykle 500 Hz až 1 kHz). Pohyblivý kontakt (banánek) posouváme po provázku, až signál ve sluchátku vymizí a můstek je vyvážený. Odměříme délky a, b obou úseků provázku. Platí

$$\frac{X_{C_0}}{X_C} = \frac{C}{C_0} = \frac{a}{b}\,, \qquad C = C_0\frac{a}{b}\,.$$



Obr. 7

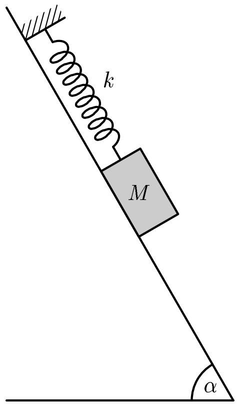
c) *Určení relativní permitivity plastu láhve*

Je-li obvod láhve s, výška pásu alobalu v, tloušťka stěny láhve d a relativní permitivita ε_r, platí

$$C = \frac{\varepsilon_r\varepsilon_0 sv}{d}\,, \qquad \varepsilon_r = \frac{Cd}{\varepsilon_0 sv}\,.$$

Měření kapacity C proveďte několikrát pro různé hodnoty kapacity C_0. Pak kondenzátor rozeberte, láhev rozstříhejte a určete průměrnou tloušťku stěny její válcové části. Určete střední hodnotu relativní permitivity plastu a odchylku měření.

7. Kvádr o hmotnosti M upevněný k pružině o tuhosti k a zanedbatelné hmotnosti leží na nakloněné rovině se sklonem α (obr. 8). Na počátku je kvádr v takové poloze, že pružina není napnuta a nepůsobí na kvádr žádnou silou. Statický součinitel smykového tření kvádru o podložku je f_s, dynamický f_d.



Obr. 8

a) Určete podmínku pro úhel α, aby se kvádr začal pohybovat.

b) Je-li splněna podmínka z a), kvádr se rozjede. V jaké vzdálenosti x_0 od počáteční polohy bude výslednice sil působících na kvádr nulová?

c) Určete vzdálenost x_{max}, do které kvádr dojede, a porovnejte ji s x_0.

d) Za jakých podmínek projede kvádr vzdáleností x_0 i podruhé?

e) Kde bude mít kvádr při pohybu nahoru největší rychlost?

Řešte obecně a pak pro hodnoty

$$k = 10\ \mathrm{N/m},\ M = 200\ \mathrm{g},\ f_s = 0{,}50,\ f_d = 0{,}30,\ \alpha = 60^\circ.$$