Úlohy 1. kola 44. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

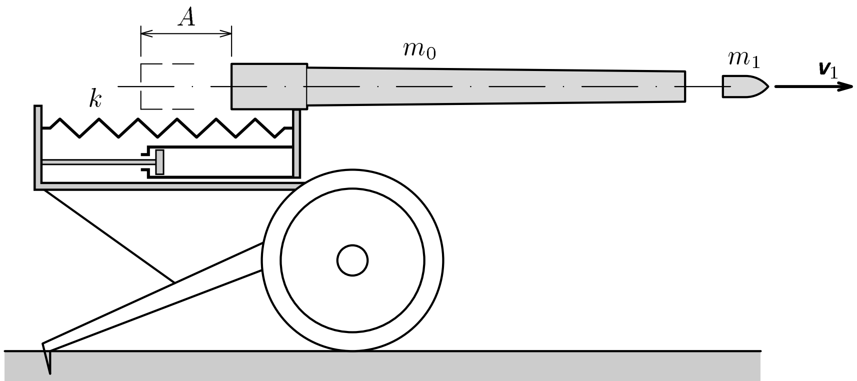
1. Z kanónu s hlavní ve vodorovné poloze (obr. 1) je vystřelena střela o hmotnosti $m_1 = 12{,}0$ kg počáteční rychlostí o velikosti $v_1 = 850\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Hlaveň a k ní pevně připojené části mají celkovou hmotnost $m_0 = 1\,600$ kg. Hlaveň je pohyblivá a ke zmírnění zpětného rázu je opatřena zákluzovým mechanismem. Pokud by tento mechanismus sestával jen z pružiny o tuhosti $k = 6{,}50\cdot 10^4\ \mathrm{N\cdot m^{-1}}$, byl by po výstřelu hlavně zákluz A_0 a nedošlo by k pohlcení mechanické energie hlavně. Proto se mechanismus ještě doplňuje olejovým tlumičem. Nechť v tomto případě je zákluz $A = \beta A_0$, kde koeficient $\beta = 0{,}650$. Vypočtěte:

a) zákluzy A_0 a A,

b) energii ΔE_m, kterou pohltí tlumič, vykoná-li hlaveň zákluz A,

c) zrychlení a_0 hlavně s tlumičem na konci zákluzu (tedy v bodě obratu).

Předpokládejte, že odporová síla v tlumiči je přímo úměrná rychlosti a že se spodní část děla nepohybuje.



Obr. 1

2. Dvě kosmické lodi A, B se pohybují kolem Země ($R_\mathrm{Z} = 6\,400$ km, $M_\mathrm{Z} = 6{,}0\cdot 10^{24}$ kg) v téže rovině po trajektoriích tvaru soustředných kružnic o poloměrech r_A, $r_B = 6r_A$. Výška lodi A nad povrchem Země je 600 km. Z ní bylo vypuštěno těleso k lodi B po energeticky nejvýhodnější *Hohmannově trajektorii*, která má tvar elipsy dotýkající se obou kružnic. Raketové motory vyslaného tělesa byly v provozu jen krátce po startu z lodi A a pak až krátce před přistáním na lodi B.

a) Určete rychlosti a doby oběhu obou kosmických lodí.

b) Určete rychlost vypuštěného tělesa těsně po přechodu na eliptickou trajektorii a rychlost, se kterou dorazí k lodi B.

c) Určete dobu letu tělesa od lodi A k lodi B.

d) Určete polohu lodi B v okamžiku vypuštění tělesa z lodi A a polohu lodi A v okamžiku přistání tělesa na lodi B. K řešení nakreslete situační náčrtek.

3. V dokumentaci motoru Škoda 781.136 pro automobil FAVORIT je uveden *zdvihový objem válce* $V_{\mathrm{zdv}} = 322\ \mathrm{cm}^3$ a *kompresní poměr* $\varepsilon = 9{,}7$. (Zdvihový objem válce je rozdíl maximálního objemu $V_{\max}$ a minimálního objemu $V_{\min}$ pracovního prostoru válce; kompresní poměr je jejich podíl.)

Děje probíhající v motoru můžeme modelovat kruhovým dějem $ABCD$, při kterém se pracovní látka (vzduch s nepatrným množstvím benzinu) nejprve adiabaticky stlačí z počátečního objemu $V_A = V_{\max}$, počátečního tlaku $p_A = 1{,}00 \cdot 10^5$ Pa a počáteční teploty $T_A = 300$ K na objem $V_B = V_{\min}$, tlak p_B a teplotu T_B.

Následuje zážeh a izochorické shoření malého množství benzinu rozptýleného ve vzduchu, při kterém se teplota ve válci zvýší z T_B na T_C a tlak z p_B na p_C. Předpokládejme takové množství benzinu, že $T_C = 3{,}0 \cdot T_B$.

Pak proběhne adiabatická expanze zahřátého vzduchu se spalinami na počáteční objem $V_D = V_{\max}$, při které se teplota zmenší na T_D a tlak na p_D, a nakonec se vzduch izochoricky ochladí na počáteční stav.

a) Určete maximální objem $V_{\max}$ a minimální objem $V_{\min}$ pracovního prostoru válce. Výsledky zaokrouhlete na cm^3.

b) Určete látkové množství vzduchu ve válci.

c) Vypočtěte zbývající hodnoty stavových veličin v bodech B, C a D. Nakreslete ve vhodném měřítku p-V diagram děje. Průběhy adiabat nakreslete jen „od ruky“.

d) Pro každý z dějů AB, BC, CD a DA určete změnu vnitřní energie, vykonanou nebo spotřebovanou práci a přijaté nebo odevzdané teplo.

e) Určete celkovou práci při jednom proběhnutí cyklu a jeho účinnost.

f) Motor je čtyřválcový. Jaký výkon by měl za uvažovaných ideálních podmínek při frekvenci otáčení klikového hřídele $f = 3000\ \mathrm{min}^{-1}$?

Vzduch v pracovním prostoru považujte za ideální plyn s dvouatomovými molekulami, pro jehož vnitřní energii platí $U = \frac{5}{2} n R_{\mathrm{m}} T$. Poissonova konstanta má hodnotu $\varkappa = 1{,}40$; $R_{\mathrm{m}} = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$.

4. Na stojanu je zavěšena pružina o zanedbatelné hmotnosti zatížená dole masivní miskou o neznámé hmotnosti m_1. Po vychýlení misky ve svislém směru se celá soustava rozkmitala s periodou T_1 a po delší době se ustálila v rovnovážné poloze. Pak jsme umístili těsně nad misku závaží o známé hmotnosti m_2 a pustili je na misku. Soustava se opět rozkmitala, tentokrát s periodou T_2.

a) Určete hmotnost misky m_1 a tuhost pružiny k.

b) S jakou amplitudou se miska rozkmitala po uvolnění závaží?

c) Jak se měnila tíha, kterou působilo závaží na misku během kmitání? Vyjádřete závislost velikosti této síly na čase a určete poměr její největší a nejmenší hodnoty.

Řešte obecně a pro hodnoty $T_1 = 1,50$ s, $T_2 = 2,05$ s, $m_2 = 1,00$ kg.

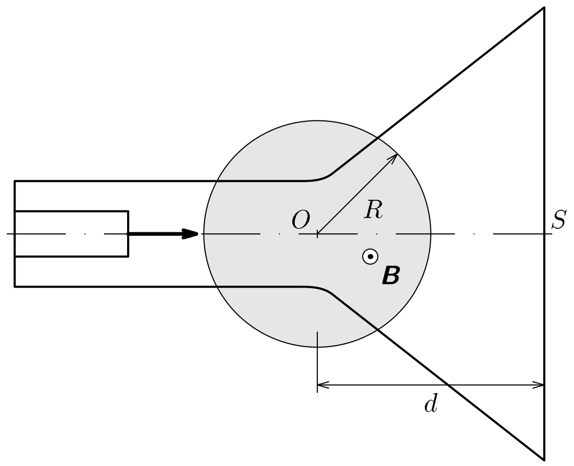
5. Z elektronové trysky katodové trubice vyletují ve směru osy elektrony urychlené napětím U a procházejí kruhovou oblastí s homogenním magnetickým polem, jehož magnetická indukce $\boldsymbol{B}$ je kolmá k ose trubice. Poloměr oblasti je R a její střed O leží na ose trubice (obr. 2). Po průchodu magnetickým polem dopadají elektrony na luminiscenční stínítko kolmé k ose trubice, jehož vzdálenost od bodu O je d.

a) Jak závisí odchylka y stopy elektronového paprsku od středu stínítka S na velikosti B magnetické indukce?

b) Při které velikosti B_1 magnetické indukce platí $|y| = d$?

c) V blízkosti středu stínítka je velikost odchylky y přímo úměrná velikosti magnetické indukce, platí $|y| = KB$. Vysvětlete to a určete konstantu úměrnosti K.

Řešte obecně a pro hodnoty $U = 1{,}00 \cdot 10^4$ V, $R = 30$ mm, $d = 150$ mm.



Obr. 2

6. *Praktická úloha:*

Měření malých posunutí indukčnostním měřicím převodníkem

Potřeby: Rozkladný transformátor s jednou cívkou (600 nebo 1200 závitů), robustní síťový transformátor s výstupním napětím 5 V, ampérmetr, silnější papír (např. rýsovací čtvrtka), mikrometr.

Provedení úlohy:

a) Z papíru nastříhejte obdélníčky s rozměrem větším než má vrchní odnimatelná část jádra transformátoru. Počet volte tak, aby celková tloušťka všech papírků byla alespoň 4 mm. Mikrometrem změřte tloušťku sloupku ze všech připravených papírků, zjistěte z tohoto měření tloušťku jednoho papírku.

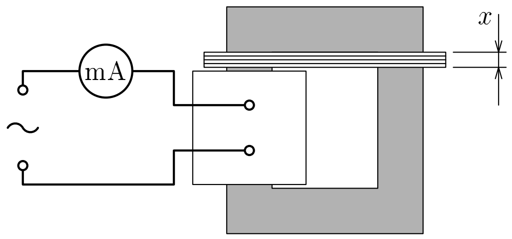
b) Sestavte obvod podle obr. 3. Jádro cívky sestavte bez mezery a změřte proud procházející obvodem.

c) Podkládejte nyní pod vrchní část jádra transformátoru papírky a měřte proud I v obvodu v závislosti na šířce x mezery mezi sloupky a vrchní částí jádra.

d) Měření zpracujte tabelárně a graficky v EXCELu a polynomickou regresí získejte polynom 3. stupně, případně 4. stupně, který bude dostatečně přesně popisovat závislost šířky mezery x na naměřeném proudu I.

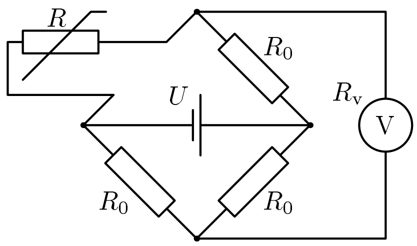
e) Vysvětlete, proč se s rostoucí šířkou mezery proud zvětšuje.

f) Zhodnoťte zdroje chyb zkonstruovaného indukčnostního měřicího převodníku posunutí, navrhněte způsob jejich potlačení. Uveďte rozsah a rozlišovací schopnost tohoto převodníku, jeho přesnost a pokuste se nalézt možná uplatnění.



Obr. 3

7. Na obr. 4 je schéma odporového teploměru v můstkovém zapojení. Můstek je tvořen třemi rezistory s konstantním odporem R_0 a teplotním čidlem z měděného drátu, které je umístěno v měřeném prostoru. Odpor čidla závisí na teplotě podle vztahu $R = R_0(1 + \alpha t)$, kde α je teplotní součinitel odporu mědi pro vztažnou teplotu 0 °C. Při teplotě 0 °C jsou tedy všechny odpory v můstku stejné. Můstek je napájen stejnosměrným zdrojem o napětí U, na výstupu je připojen voltmetr o odporu R_v.



Obr. 4

a) Vyjádřete napětí voltmetru U_v jako funkci teploty čidla t. Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $R_0 = 1\ \mathrm{k\Omega}$, $R_\mathrm{v} = 100\ \mathrm{k\Omega}$, $\alpha = 4{,}33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$, $U = 10\ \mathrm{V}$.

b) Pro dané hodnoty sestrojte graf funkce $U_\mathrm{v}(t)$ v intervalu $\langle -50\ °\mathrm{C}, 100\ °\mathrm{C}\rangle$.