Řešení úloh 1. kola 52. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

Autoři úloh: I. Charvát (1), J. Thomas (2, 3), P. Šedivý (4 až 7)

1.a) Aby obě tělesa dopadla do stejného místa, musí jejich trajektorie ležet v téže svislé rovině. V ní zavedeme obvyklým způsobem pravoúhlou souřadnicovou soustavu Oxy. Vyjdeme ze vzorců pro výpočet doby letu T a délky vrhu L šikmého vrhu s počáteční rychlostí o velikosti v_0 a elevačním úhlem α:

$$T = \frac{2v_0}{g}\sin\alpha, \qquad L = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha), \qquad \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

Ze zadání úlohy plyne pro doby letu T_1, T_2 prvního a druhého tělesa

$$T_1 > T_2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 > \alpha_2. \tag{1}$$

Délky L_1, L_2 obou vrhů jsou stejné, proto

$$\sin(2\alpha_1) = \sin(2\alpha_2),$$

což může být vzhledem k vlastnostem funkce sinus splněno, jen když

$$2\alpha_1 = \pi - 2\alpha_2 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_2.$$

Pak ale můžeme provést substituci

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{4} + \varphi, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{4} - \varphi, \quad \text{kde} \quad \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right). \tag{2}$$

Druhé těleso musí být vrženo se zpožděním

$$\Delta t = T_1 - T_2 = \frac{2v_0}{g}(\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2) = \frac{2v_0}{g}(\sin\alpha_1 - \cos\alpha_1). \tag{3}$$

Závěr: Aby obě tělesa dopadla současně do téhož místa, musí být splněny podmínky (1), (2) a (3).

5 bodů

b) Pro dané hodnoty vychází $L = 83{,}8$ m, $T_1 = 5{,}13$ s, $T_2 = 3{,}33$ s, $\Delta t = 1{,}80$ s.
Pohyb prvního tělesa popisují kinematické zákony

$$x_1 = v_0 \cos\alpha_1 t, \tag{4}$$

$$y_1 = v_0 \sin\alpha_1 t - \frac{1}{2}gt^2, \quad \text{pro} \quad t \in (0, T_1). \tag{5}$$

Vyjádřením času t z (4) a dosazením do (5) dostaneme rovnici trajektorie

$$y_1 = x_1 \operatorname{tg}\alpha_1 - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha_1}x_1^2, \quad \text{pro} \quad x_1 \in \langle 0, L\rangle. \tag{6}$$

Pro druhé těleso platí

$$x_2 = v_0 \cos\alpha_2 (t - \Delta t), \tag{7}$$

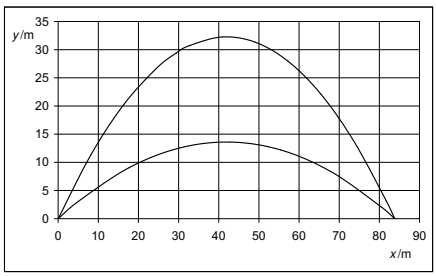
$$y_2 = v_0 \sin\alpha_2 (t - \Delta t) - \frac{1}{2} g (t - \Delta t)^2, \quad \text{pro} \quad t \in (\Delta t, T_1). \tag{8}$$

$$y_2 = x_2 \operatorname{tg}\alpha_2 - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_2} x_2^2, \qquad x_2 \in \langle 0, L \rangle, \tag{9}$$

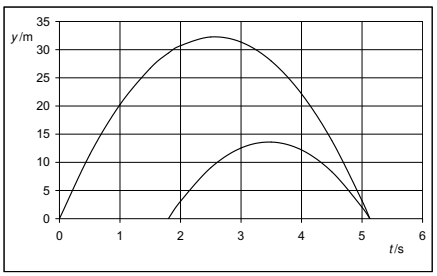
což musíme doplnit vztahem

$$x_2 = y_2 = 0 \quad \text{pro} \quad \langle 0, \Delta t \rangle. \tag{10}$$

Trajektorie těles můžeme nakreslit například v Excelu jako grafy funkcí (6) a (9) s přihlédnutím k (10). Přitom bychom měli na obou osách nastavit stejné měřítko (obr. R1). Grafy závislosti výšky těles na čase získáme podobně jako grafy funkcí (5) a (8) s přihlédnutím k (10) (obr. R2).



Obr. R1



Obr. R2

5 bodů

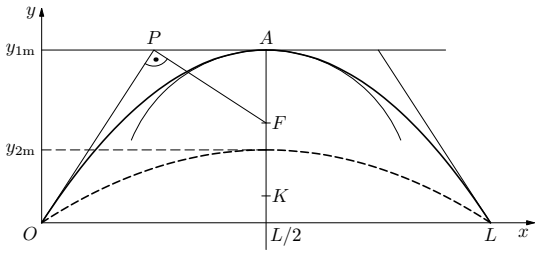
Alternativní řešení úlohy b): Hledané grafy jsou úseky parabol. Můžeme je přibližně sestrojit „ruční“ konstrukcí parabol podle obr. R3. V takovém případě však musíme ještě určit výšky výstupu obou těles

$$y_{1\mathrm{m}} = \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha_1 = 32{,}3 \text{ m}, \qquad y_{2\mathrm{m}} = \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha_2 = 13{,}6 \text{ m}.$$

Vycházíme z těchto vlastností paraboly:

- Tečna v bodě paraboly půlí úsek na tečně vrcholové.
- Kolmice vedená z ohniska paraboly k tečně má patu na tečně vrcholové.
- Poloměr oskulační kružnice ve vrcholu paraboly je dvojnásobkem vzdálenosti ohniska od vrcholu.

Po narýsování oskulační kružnice ve vrcholu a tečen v nejnižších bodech graf snadno dokreslíme pomocí křivítka.

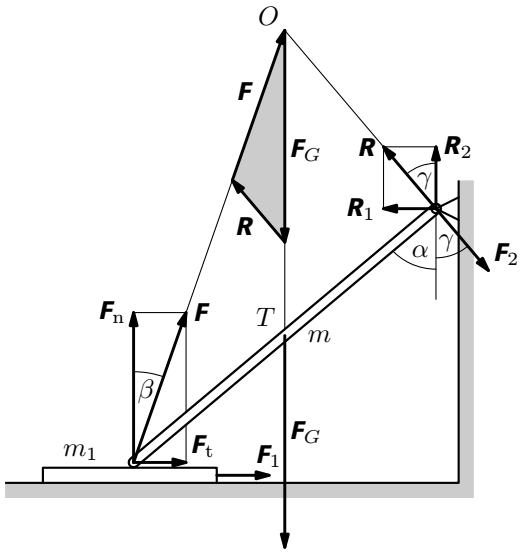


Obr. R3

2.a) Nejprve určíme všechny síly, které při pohybu desky působí na tyč. Jsou tři: tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$, síla $\boldsymbol{F}$ od desky a reakce $\boldsymbol{R}$ kloubu. Tyto síly jsou v rovnováze, jejich různoběžné vektorové přímky tedy procházejí týmž bodem O a vektorový součet sil je nulový – síly tvoří vektorový trojúhelník (obr. R4). Protože se povrch desky smýká po dolním konci tyče, platí pro velikosti tečné složky $\boldsymbol{F}_\mathrm{t}$ (třecí síly) a normálové složky $\boldsymbol{F}_\mathrm{n}$ síly $\boldsymbol{F}$

$$F_\mathrm{t} = fF_\mathrm{n} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{F_\mathrm{t}}{F_\mathrm{n}} = \operatorname{tg}\beta,$$

kde β je odchylka síly $\boldsymbol{F}$ od svislého směru.



Obr. R4

Délku tyče označme l. Z momentové věty vzhledem ke kloubu plyne

$$F_G\frac{l}{2}\sin\alpha + F_\mathrm{t}l\cos\alpha - F_\mathrm{n}l\sin\alpha = mg\frac{l}{2}\sin\alpha + fF_\mathrm{n}l\cos\alpha - F_\mathrm{n}l\sin\alpha = 0,$$

$$F_\mathrm{n} = \frac{mg\sin\alpha}{2(\sin\alpha - f\cos\alpha)}.$$

Úloze vyhovuje pouze kladný výsledek $F_\mathrm{n} > 0$. Aby mohlo dojít k pohybu desky, musí být tedy splněna podmínka

$$\sin\alpha > f\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad \mathrm{tg}\,\alpha > f = \mathrm{tg}\,\beta,$$

jinak dojde ke vzpěru a desku neuvedeme do pohybu ke stěně sebevětší silou, dokud nedojde k deformaci tyče. **3 body**

Je-li podmínka $\mathrm{tg}\,\alpha > f$ splněna, posuneme desku ke stěně rovnoměrným pohybem působením síly o velikosti

$$F_1 = F_\mathrm{t} = \frac{mgf\sin\alpha}{2(\sin\alpha - f\cos\alpha)}.$$

Pro vodorovnou a svislou složku reakce kloubu $\boldsymbol{R}$ plyne z podmímek rovnováhy

$$R_1 = F_\mathrm{t}, \qquad R_2 = mg - F_\mathrm{n}.$$

Z toho určíme její velikost R a odchylku γ od svislého směru:

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}, \qquad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{R_1}{R_2}.$$

Podle principu akce a reakce působí tyč na kloub silou $\boldsymbol{F}_2 = -\boldsymbol{R}$.
Pro dané hodnoty vychází $\beta = 19{,}3° < \alpha$, $F_\mathrm{n} = 69{,}4$ N,
$F_1 = F_\mathrm{t} = R_1 = 24{,}3$ N, $R_2 = 28{,}7$ N, $R = F_2 = 37{,}6$ N, $\gamma = 40{,}3°$.
2 body

b) Vyjdeme z obr. R5 a postupujeme obdobně jako v a). Podle momentové věty vzhledem ke kloubu je

$$F_G\frac{l}{2}\sin\alpha - F_\mathrm{t}l\cos\alpha - F_\mathrm{n}l\sin\alpha = mg\frac{l}{2}\sin\alpha - fF_\mathrm{n}l\cos\alpha - F_\mathrm{n}l\sin\alpha = 0,$$

$$F_\mathrm{n} = \frac{mg\sin\alpha}{2(\sin\alpha + f\cos\alpha)},$$

$$F_3 = F_\mathrm{t} = R_1 = \frac{mgf\sin\alpha}{2(\sin\alpha + f\cos\alpha)}.$$

$$R_2 = mg - F_\mathrm{n}, \qquad R = F_4 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}, \qquad \mathrm{tg}\,\gamma = \frac{R_1}{R_2}.$$

Pro dané hodnoty vychází $F_\mathrm{n} = 37{,}9$ N,
$F_3 = F_\mathrm{t} = R_1 = 13{,}3$ N, $R_2 = 60{,}2$ N, $R = F_4 = 61{,}6$ N, $\gamma = 12{,}4°$.
3 body

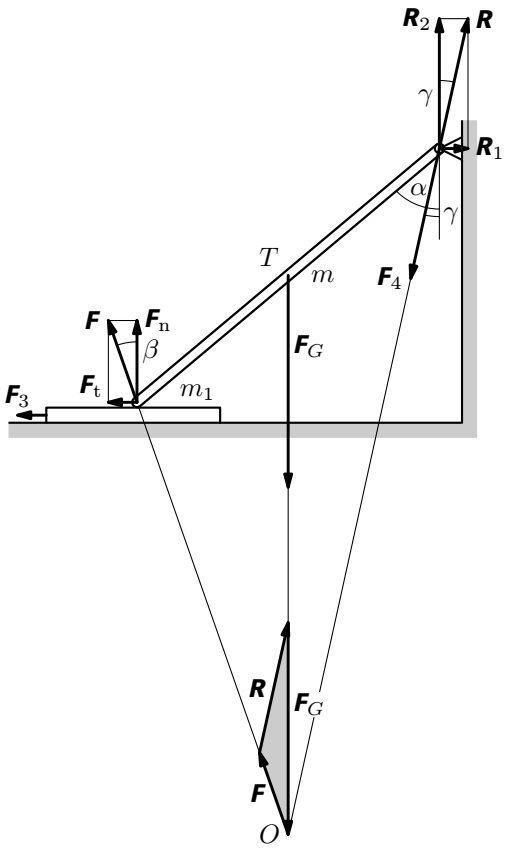
c) Při posouvání musíme navíc překonávat sílu tření mezi deskou a vodorovnou rovinou, takže

$$F_1' = F_1 + f_1(m_1 g + F_\mathrm{n}) = 33{,}2\ \mathrm{N} \quad \text{při posouvání ke stěně,}$$

$$F_3' = F_3 + f_1(m_1 g + F_\mathrm{n}) = 19{,}0\ \mathrm{N} \quad \text{při posouvání od stěny.}$$

Síla, kterou působí tyč na kloub, se nezmění.

2 body



Obr. R5

3.a) Nejprve užitím stavové rovnice určíme teploty:

$$T_2 = T_3 = 3T_1, \qquad T_4 = 2T_1.$$

1 bod

Děj 1-2 je izochorické ohřátí. Práce je nulová, musíme dodat teplo

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) = 5nRT_1 = 12{,}47 \text{ kJ}.$$

Děj 2-3 je izotermická expanze. Dodané teplo se rovná vykonané práci:

$$Q_{23} = W'_{23} = 3nRT_1 \ln 2 = 5{,}19 \text{ kJ}.$$

Děj 3-4 je izochorické ochlazení. Práce je nulová. Plyn odevzdá teplo

$$Q'_{34} = U_3 - U_4 = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_4) = \frac{5}{2}nRT_1 = 6{,}24 \text{ kJ}.$$

Děj 4-1 je izobarické ochlazení. Plyn odevzdá teplo

$$Q'_{41} = \frac{7}{2}nR(T_4 - T_1) = \frac{7}{2}nRT_1 = 8{,}73 \text{ kJ}$$

a spotřebuje práci

$$W_{41} = p_1(V_4 - V_1) = nR(T_4 - T_1) = nRT_1 = 2{,}49 \text{ kJ}.$$

3 body

Účinnost cyklu je

$$\eta = \frac{W'_{23} - W_{41}}{Q_{12} + Q_{23}} = \frac{3nRT_1 \ln 2 - nRT_1}{5nRT_1 + 3nRT_1 \ln 2} = \frac{3\ln 2 - 1}{5 + 3\ln 2} = 15{,}2\ \%.$$

1 bod

b) Určíme teploty:

$$T_2 = 3T_1, \quad T_4 = 2T_1, \quad T_3(2V_1)^{\varkappa-1} = T_2 V_1^{\varkappa-1} \quad \Rightarrow \quad T_3 = \frac{3T_1}{2^{\varkappa-1}}.$$

1 bod

Děj 1-2 je izochorické ohřátí. Práce je nulová, musíme dodat teplo

$$Q_{12} = U_2 - U_1 = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_1) = 5nRT_1 = 12{,}47 \text{ kJ}.$$

Děj 2-3 je adiabatická expanze. Teplo je nulové, vykonaná práce je rovna úbytku vnitřní energie:

$$W'_{23} = U_2 - U_3 = \frac{5}{2}nR(T_2 - T_3) = \frac{5}{2}nRT_1\left(3 - \frac{3}{2^{\varkappa-1}}\right) = 4{,}53 \text{ kJ}.$$

Děj 3-4 je izochorické ochlazení. Práce je nulová. Plyn odevzdá teplo

$$Q'_{34} = U_3 - U_4 = \frac{5}{2}nR(T_3 - T_4) = \frac{5}{2}nRT_1\left(\frac{3}{2^{\varkappa-1}} - 2\right) = 1{,}71 \text{ kJ}.$$

Děj 4-1 je izobarické ochlazení. Plyn odevzdá teplo

$$Q'_{41} = \frac{7}{2}nR(T_4 - T_1) = \frac{7}{2}nRT_1 = 8{,}73 \text{ kJ}$$

a spotřebuje práci

$$W_{41} = p_1(V_4 - V_1) = nR(T_4 - T_1) = nRT_1 = 2{,}49 \text{ kJ}.$$

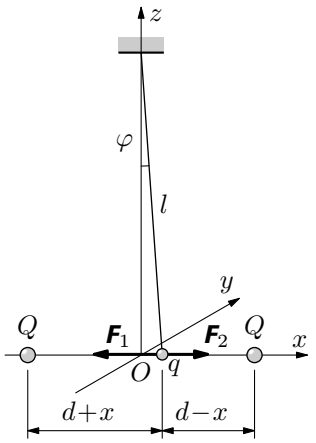
3 body

Účinnost cyklu je

$$\eta = \frac{W'_{23} - W_{41}}{Q_{12}} = \frac{\frac{5}{2}nRT_1\left(3 - \frac{3}{2^{\varkappa-1}}\right) - nRT_1}{5nRT_1} = \\ = \frac{\frac{5}{2}\left(3 - \frac{3}{2^{\varkappa-1}}\right) - 1}{5} = 16{,}3\ \%.$$

1 bod

4. a) Zvolme souřadnicovou soustavu podle obr. R6. Na zavěšenou kuličku působí odpudivé elektrické síly $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ od pevných kuliček a síla tíhová $\boldsymbol{F}_G$.



Obr. R6

Vychýlíme-li zavěšenou kuličku nepatrně ve směru osy x, působí síly $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ prakticky vodorovným směrem a pro souřadnici výsledné elektrické síly platí

$$F_\mathrm{e} \approx \frac{kQq}{(d+x)^2} - \frac{kQq}{(d-x)^2} = \frac{kQq}{d^2\left(1+\dfrac{x}{d}\right)^2} - \frac{kQq}{d^2\left(1-\dfrac{x}{d}\right)^2} \approx$$

$$\approx \frac{kQq}{d^2}\left[1 - 2\frac{x}{d} - \left(1 + 2\frac{x}{d}\right)\right] = -\frac{4kQq}{d^3}x.$$

Výsledná elektrická síla tedy směřuje zpět do rovnovážné polohy zavěšené kuličky. Totéž platí o pohybové složce tíhové síly, jejíž velikost je $\frac{mg}{l}x$. Ve směru osy x je tedy rovnovážná poloha zavěšené kuličky stabilní. Celková síla působící na zavěšenou kuličku má x-ovou souřadnici

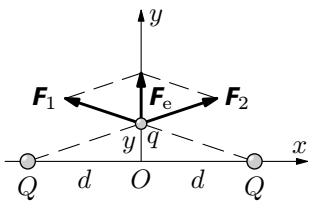
$$F_x = -\left(\frac{4kQq}{d^3} + \frac{mg}{l}\right)x. \tag{11}$$

Ostatní souřadnice celkové síly jsou prakticky nulové.

3 body

Vychýlíme-li kuličku nepatrně ve směru osy y, pak podle obr. R7 (pohled shora) pro souřadnici výsledné elektrické síly platí

$$F_\mathrm{e} = 2\frac{kQq}{(d^2+y^2)} \cdot \frac{y}{d} \approx \frac{2kQq}{d^3}y.$$



Obr. R7

Proti elektrické síle působí pohybová složka tíhové síly, která směřuje do rovnovážné polohy. Celková síla působící na kuličku má y-ovou souřadnici

$$F_y \approx -\left(\frac{mg}{l} - \frac{2kQq}{d^3}\right)y. \tag{12}$$

Ostatní souřadnice celkové síly jsou opět prakticky nulové.

Má-li být rovnovážná poloha zavěšené kuličky stabilní i ve směru osy y, musí platit

$$\frac{F_y}{y} < 0 \quad \Rightarrow \quad m > \frac{2kQql}{gd^3}.$$

Pro dané hodnoty vychází $m > 2{,}55$ mg, což je splněno.

3 body

b) V obou případech je celková síla působící na zavěšenou kuličku přímo úměrná výchylce z rovnovážné polohy a má opačný směr, jsou tedy splněny podmínky pro vznik harmonických kmitů. Ve směru osy x je úhlová frekvence

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}, \quad \text{kde podle (11) je} \quad K = \left(\frac{4kQq}{d^3} + \frac{mg}{l}\right).$$

Kyvadélko kývá s periodou

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4kQq}{md^3} + \frac{g}{l}}} = 0{,}69 \text{ s}.$$

Ve směru osy y je úhlová frekvence

$$\omega = \sqrt{\frac{L}{m}}, \quad \text{kde podle (12) je} \quad L = \left(\frac{mg}{l} - \frac{2kQq}{d^3}\right).$$

Kyvadélko kývá s periodou

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l} - \frac{2kQq}{md^3}}} = 0{,}83 \text{ s}.$$

4 body

5.a) V sériovém obvodu protéká oběma žárovkami proud $I_1 = \dfrac{U_\mathrm{e}}{R_\mathrm{i} + 2R}$.

V paralelním obvodu je celkový proud zdroje $I = \dfrac{U_\mathrm{e}}{R_\mathrm{i} + 0{,}5R}$ a každou žárovkou protéká proud

$$I_2 = \frac{U_\mathrm{e}}{2(R_\mathrm{i} + 0{,}5R)} = \frac{U_\mathrm{e}}{2R_\mathrm{i} + R}.$$

Protože žárovky svítí v obou případech stejně, je $I_1 = I_2$. Proto

$$R_\mathrm{i} + 2R = 2R_\mathrm{i} + R \quad \Rightarrow \quad R = R_\mathrm{i}.$$

3 body

b) V sériovém zapojení je účinnost obvodu $\eta = \dfrac{2R}{2R + R_\mathrm{i}} = \dfrac{2}{3} \approx 67\ \%$. V paralelním zapojení je účinnost obvodu $\eta = \dfrac{0{,}5R}{0{,}5R + R_\mathrm{i}} = \dfrac{1}{3} \approx 33\ \%$, tedy poloviční.

2 body

c) Úlohu c) vyřešíme graficky. V sériovém obvodu se dvěma žárovkami vzniká na vnitřním odporu zdroje úbytek napětí $U_\mathrm{e} - 2U_\check{\mathrm{z}}$ a žárovkami prochází proud

$$I_\mathrm{s} = \frac{U_\mathrm{e} - 2U_\check{\mathrm{z}}}{R_\mathrm{i}}. \tag{13}$$

V paralelním obvodu se dvěma žárovkami vzniká na vnitřním odporu zdroje úbytek napětí $U_\mathrm{e} - U_\check{\mathrm{z}}$ a žárovkami prochází proud

$$I_\mathrm{p} = \frac{U_\mathrm{e} - U_\check{\mathrm{z}}}{2R_\mathrm{i}}. \tag{14}$$

Rovnice (13) a (14) vyjadřují proud žárovkou jako funkce napětí, které jsou na obr. R8 zobrazeny úsečkami s_1 a p_1. Podle zadání úlohy musí obě rovnice platit současně, proto průsečík obou grafů – bod A o souřadnicích $U_\check{\mathrm{z}} = \\ = U_\mathrm{e}/3$, $I_\check{\mathrm{z}} = U_\mathrm{e}/(3R_\mathrm{i})$ – leží na voltampérové charakteristice žárovky popsané funkci $I_\check{\mathrm{z}} = f(U_\check{\mathrm{z}})$. V sériovém obvodu se třemi žárovkami vzniká na vnitřním odporu zdroje úbytek napětí $U_\mathrm{e} - 3U_\check{\mathrm{z}}$ a žárovkami prochází proud

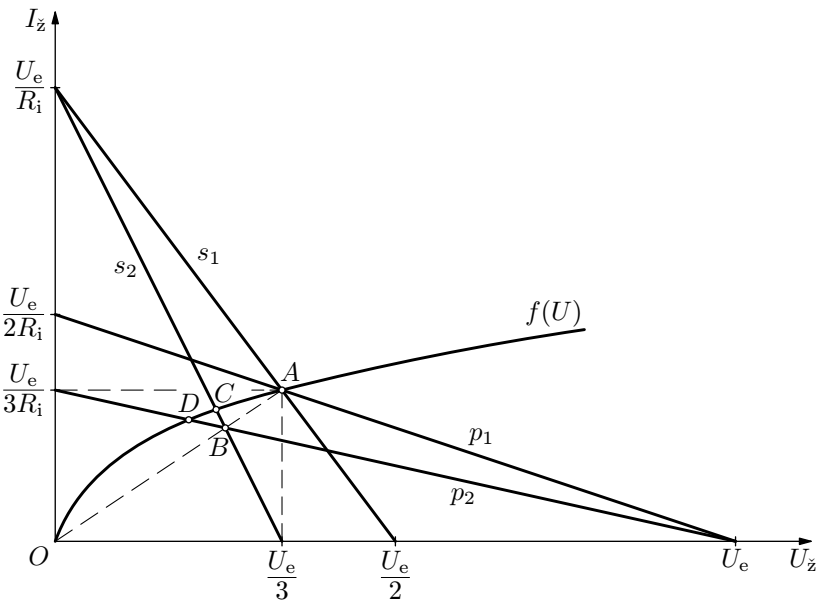
$$I_\mathrm{s} = \frac{U_\mathrm{e} - 3U_\check{\mathrm{z}}}{R_\mathrm{i}}. \tag{15}$$

V paralelním obvodu se třemi žárovkami vzniká na vnitřním odporu zdroje úbytek napětí $U_\mathrm{e} - U_\check{\mathrm{z}}$ a žárovkami prochází proud

$$I_\mathrm{p} = \frac{U_\mathrm{e} - U_\check{\mathrm{z}}}{3R_\mathrm{i}}. \tag{16}$$

Funkce popsané rovnicemi (15) a (16) jsou na obr. R8 znázorněny úsečkami s_2 a p_2, které se protínají v bodě B ležícím uvnitř úsečky OA. Jejich průsečíky C a D s voltampérovou charakteristikou určují hodnoty napětí na žárovkách a proudu procházejícího žárovkami v obou případech. Je zřejmé, že v sériovém zapojení (bod C) budou žárovky svítit více než v zapojení paralelním (bod D).

5 bodů



Obr. R8

6. *Odvození teoretických vztahů*

Sjednotíme znaménkovou konvenci pro zobrazení zrcadlem a pro zobrazení čočkou. Oba poloměry kulových ploch budeme brát jako kladné veličiny. Optická mohutnost čočky pak je

$$\varphi = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Optická mohutnost prvního rozhraní ve funkci zrcadla je

$$\varphi_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2}{r_1}$$

a optická mohutnost druhého rozhraní jako zrcadla doplněného dvojím průchodem paprsků čočkou je

$$\varphi_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{2}{r_2} + 2\varphi = \frac{2}{r_2} + \frac{2}{f}.$$

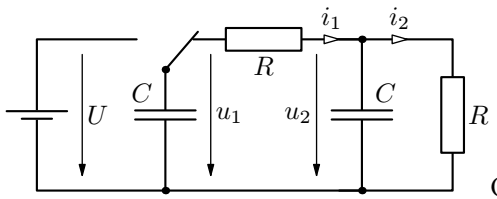
Řešením této soustavy rovnic dojdeme ke vztahům

$$r_1 = 2f_1, \qquad r_2 = \frac{2f_2 f}{f - 2f_2}, \qquad n = \frac{f(f_1 - f_2)}{f(f_1 - f_2) - 2f_1 f_2}.$$

7. Označme i_1, i_2 okamžité hodnoty proudů, které procházely rezistory (obr. R9). Okamžité hodnoty nábojů na kondenzátorech označme q_1, q_2. Platí

$$\mathrm{d}q_1 = C \cdot \mathrm{d}u_1 = -i_1 \mathrm{d}t = -\frac{u_1 - u_2}{R}\mathrm{d}t,$$

$$\mathrm{d}q_2 = C \cdot \mathrm{d}u_2 = (i_1 - i_2)\mathrm{d}t = \left(\frac{u_1 - u_2}{R} - \frac{u_2}{R}\right)\mathrm{d}t = \frac{u_1 - 2u_2}{R}\mathrm{d}t.$$



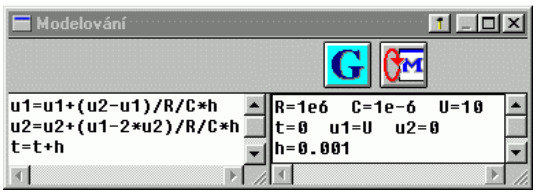
Obr. R9

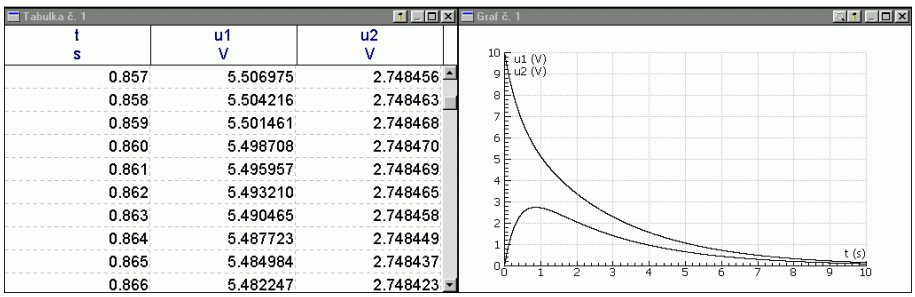
Úpravou dostaneme vztahy

$$\mathrm{d}u_1 = \frac{u_2 - u_1}{RC}\mathrm{d}t, \qquad \mathrm{d}u_2 = \frac{u_1 - 2u_2}{RC}\mathrm{d}t,$$

ze kterých můžeme vycházet při modelování děje Eulerovou metodou:

5 bodů





Z tabulky a grafu vyčteme, že napětí u_2 dosáhlo maximální hodnoty 2,75 V v čase $t = 0{,}86$ s. **5 bodů**

Poznámka: Analytickým řešením úlohy bychom dospěli k obecnému řešení

$$u_1 = U\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}}\mathrm{e}^{\frac{-3+\sqrt{5}}{2RC}t} + U\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}}\mathrm{e}^{\frac{-3-\sqrt{5}}{2RC}t}, \tag{1}$$

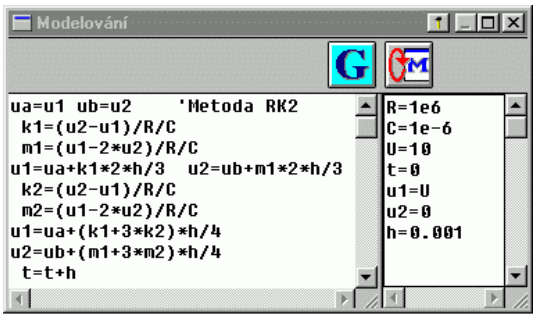
$$u_2 = \frac{U}{\sqrt{5}}\left(\mathrm{e}^{\frac{-3+\sqrt{5}}{2RC}t} - \mathrm{e}^{\frac{-3-\sqrt{5}}{2RC}t}\right). \tag{2}$$

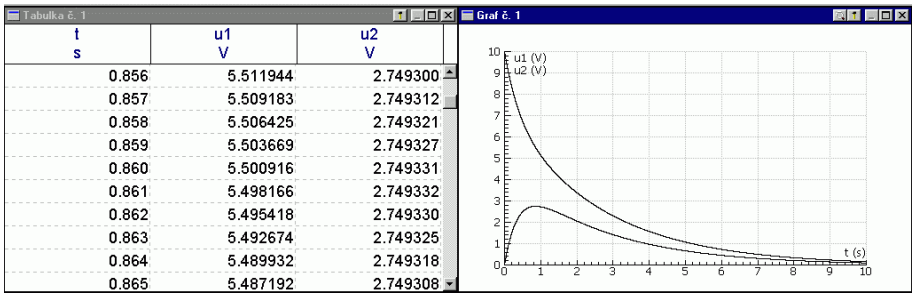
Napětí u_2 dosáhlo maxima v čase

$$t = \frac{RC}{\sqrt{5}}\ln\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \approx 0{,}8608RC.$$

Pro dané hodnoty je $t = 0{,}8608$ s. Dosazení do (2) dostaneme $u_{2\max} \approx 2{,}7493$ V.

Vidíme, že výsledek získaný Eulerovou metodou při časovém kroku 0,001 s se shoduje s přesný řešením na 3 platné číslice. Přesnější model získáme Rungovou–Kuttovou metodou 2. řádu:





Vzhledem k malé přesnosti zadaných hodnot však dobře vyhovuje i výsledek získaný Eulerovou metodou.