Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola 54. ročníku FO

BRNO 2013

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

1. Roztlačování železničního vozu

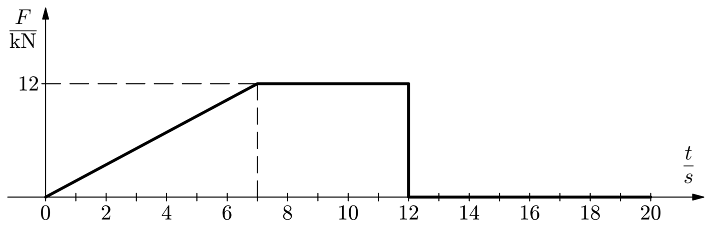
Na železniční vagón o hmotnosti m = 20 000 kg, který byl na vodorovných kolejích v klidu, začne působit lokomotiva tlačnou silou, jejíž velikost v závislosti na čase je dána grafem (obr. 1). Určete

a) maximální velikost v_m rychlosti vagónu,

b) čas t', v němž vagón bude mít okamžitou rychlost $v' = 1{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$,

c) dráhu uraženou vagónem v čase 20 s.

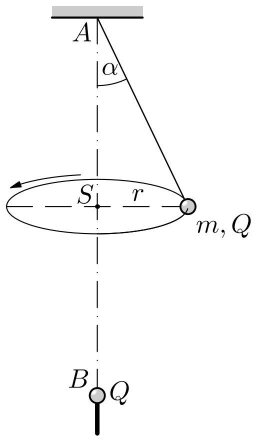
Valivý odpor kol zanedbejte.



Obr. 1

2. Nabité kuželové kyvadlo

Kuželové kyvadlo upevněné v bodě A (obr. 2) je tvořeno nabitou kuličkou hmotnosti m zavěšenou na vlákně, která obíhá ve vodorovné rovině stálou úhlovou rychlostí ω. Náboj kuličky je Q , hmotnost niti je v porovnání s hmotností kuličky zanedbatelná. Poloměr kružnice, po které obíhá kulička, je r. V ose otáčení kyvadla je v bodě B umístěna druhá kulička nabitá stejně velkým souhlasným nábojem. Vzdálenost $|AS| = |BS|$. Závěs kyvadla svírá se svislým směrem úhel α.



Obr. 2

a) Jak velký je náboj Q kuliček?

b) Jakou silou $\boldsymbol{T}$ je napínána nit, na které je kyvadlo zavěšeno?

c) Jakou úhlovou rychlostí ω_1 by musela kulička kyvadla obíhat po stejné trajektorii, kdyby kuličky nesly náboj shodné velikosti Q_1, ale opačného znaménka? Jakou silou $\boldsymbol{T}_1$ teď bude napínána nit?

Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty: $\omega = 10{,}0\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$, $r = 5{,}00\ \mathrm{cm}$, $m = 10{,}0\ \mathrm{g}$, $\alpha = 30{,}0°$, $Q_1 = 0{,}10\ \mu\mathrm{C}$, $k = 9{,}0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$.

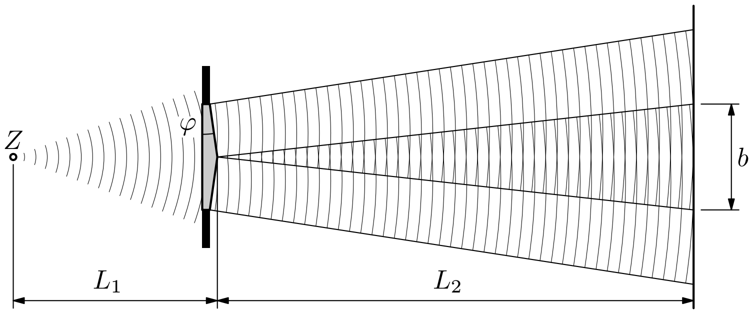
3. Fresnelův dvojhranol

Štěrbinový zdroj monochromatického světla o vlnové délce λ osvětluje ze vzdálenosti L_1 souměrný tenký skleněný dvojhranol vyrobený ze skla o indexu lomu n (obr. 3). Obě poloviny dvojhranolu mají stejný lámavý úhel φ. Lomem světla v hranolu vznikají dvě koherentní světelná vlnění, která spolu interferují na stínítku ve vzdálenosti L_2 od hranolu v pruhu vymezeném paprsky procházejícími středem hranolu.

a) Určete šířku b pruhu, kde dochází k interferenci.

b) Určete šířku interferenčních proužků, které vzniknou na stínítku.

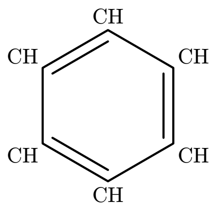
Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $\lambda = 546$ nm, $n = 1{,}57$, $\varphi = 1{,}0°$, $L_1 = 20$ cm, $L_2 = 3{,}0$ m. Návod: Pro malé úhly můžete využít aproximaci $\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x$.



Obr. 3

4. Molekula benzenu

Molekula benzenu má tvar šestiúhelníku, jehož vrcholy tvoří atomy uhlíku. Ke každému z nich se váže jeden atom vodíku. Dříve se vědci domnívali, že struktura benzenu odpovídá kruhové molekule s pravidelným střídáním jednoduchých a dvojných vazeb (obr. 4). Dnes víme, že díky dokonalé delokalizaci π-elektronů charakter jednoduchých a dvojných vazeb zaniká a všem šesti π-elektronům dovoluje poměrně volný pohyb v jednorozměrném koridoru vymezeném skeletem jednoduchých uhlíkových vazeb. Na tyto π-elektrony lze pak pohlížet jako na volné částice v přibližně kruhové potenciálové jámě délky $6a$, kde a je vzdálenost jader sousedních atomů uhlíku.



Obr. 4

a) Užitím Bohrovy kvantové podmínky pro kruhový pohyb elektronu určete možné hodnoty E_n energie π-elektronu v molekule benzenu.

b) π-elektrony obsadí jednotlivé energetické hladiny podle Pauliho principu a podle principu minima energie. Určete energii nejvyšší obsazené hladiny (HOMO), energii nejnižší neobsazené hladiny (LUMO) a energii $E_{\min}$ základního, tj. nevzbuzeného stavu soustavy π-elektronů. Vyčíslete v elektronvoltech.

c) Předpovězte vlnovou délku λ světla, jež bude molekulou benzenu intenzívně pohlcováno. Usuďte zhruba, jakou barvu náš jednoduchý FEMO model pro benzen předpovídá.

Řešte obecně, pak pro hodnoty: střední délka vazby $\mathrm{C}\overset{\cdots}{-}\mathrm{C}$ je $a = 139$ pm, $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s, $c = 3{,}00\cdot10^{8}$ m·s^{-1}, $m_\mathrm{e} = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg, $e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C.

Vzájemnou interakci mezi π-elektrony zanedbejte.