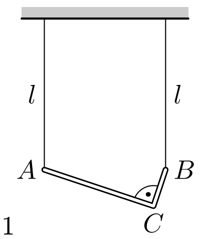
Úlohy 1. kola 55. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie A*

1. Zavěšený nosník

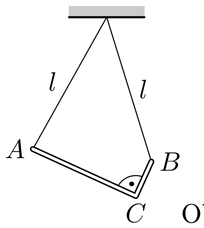
Homogenní nosník ve tvaru písmene L zanedbatelné tloušťky, jehož delší rameno má třikrát větší délku než rameno kratší a jehož celková délka je l a celková hmotnost m, je zavěšen na dvou svislých lanech stejné délky l (obr. 1).

a) Jakými silami $\boldsymbol{T}_A$ a $\boldsymbol{T}_B$ působí lana v bodech A a B?

b) Jakými silami budou lana působit, upevníme-li je v jednom bodě (obr. 2)?



Obr. 1



Obr. 2

2. Analýza pohybu

Pohyb rozjíždějícího se trolejbusu byl sledován zezadu laserovým dálkoměrem. První měření bylo provedeno krátce po startu, další vždy po jedné sekundě. Naměřené vzdálenosti zadního konce trolejbusu od sonaru jsou zapsány v tabulce:

t/s	0	1	2	3	4	5	6	7	8
s/m	5,5	6,7	8,5	11,5	15,3	20,0	25,5	31,8	38,5

a) Z naměřených hodnot sestrojte v Excelu (nebo v jiném vhodném programu) *xy bodový graf* a užitím *polynomické regrese* (stupně nejméně 5) nalezněte funkci vyjadřující závislost dráhy trolejbusu na čase v měřeném časovém úseku.

b) Dvojím derivováním této funkce určete vztahy vyjadřující, jak se v závislosti na čase měnily rychlost a zrychlení trolejbusu. Sestrojte grafy těchto funkcí.

c) Určete velikost rychlosti a zrychlení trolejbusu na začátku a na konci měřeného úseku.

d) Určete, jaké bylo největší zrychlení trolejbusu, a kdy ho dosáhl.

3. Spalování vodíku

V pevné uzavřené nádobě o objemu $V = 50{,}0$ l je směs vodíku a kyslíku o celkové hmotnosti $m = 50{,}0$ g. V nádobě je tlak $p_1 = 3{,}0 \cdot 10^5$ Pa a teplota $t_1 = 20\ °\mathrm{C}$.

a) Jaká látková množství n_1 a n_2 vodíku a kyslíku jsou v nádobě?

b) Jaké teplo Q se uvolní při zažehnutí směsi elektrickou jiskrou? Výhřevnost vodíku je $H = 12{,}0 \cdot 10^7\ \mathrm{J \cdot kg^{-1}}$.

c) Jaký bude tlak p_2 v nádobě, když teplota (výměnou tepla s okolím) klesne na $t_2 = 100\ ^\circ\mathrm{C}$ a jaká bude při této teplotě hmotnost m_v zkondenzované vody?

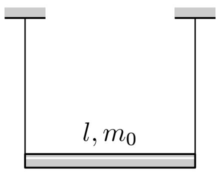
Řešte nejprve obecně, pak pro číselné hodnoty. Normální atmosférický tlak je $p_\mathrm{a} = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa, molární hmotnost vodíku $M_\mathrm{m1} = 2{,}02 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, molární hmotnost kyslíku $M_\mathrm{m2} = 32{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$. Molární plynová konstanta $R = 8{,}31\ \mathrm{J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}}$. V obecném řešení částí b) a c) považujte látková množství n_1 a n_2 za známé.

4. Zvučící dráty

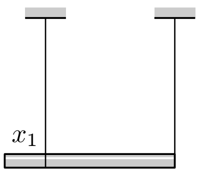
Tyč délky l a hmotnosti m_0 je svými konci zavěšena na dvou stejných drátech (obr. 3). Při tomto zatížení každý z drátů po drnknutí vydává základní tón výšky c v přirozeném ladění, tj. tón s frekvencí $f_\mathrm{c} = 264$ Hz.

a) Nyní levý závěs posunujeme k pravému závěsu (obr. 4) tak, aby dráty zněly v intervalu kvarty, tj. poměr frekvencí tónů levého a pravého drátu je $f_1/f_2 = 4/3$. Určete posunutí x_1 levého drátu a frekvence f_1 a f_2.

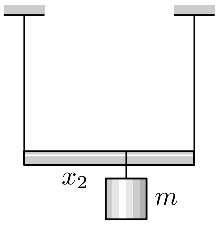
b) V původním uspořádání zavěsíme na tyč závaží (obr. 5). Určete hmotnost m závaží a vzdálenost x_2 místa jeho zavěšení od levého konce tyče, aby po drnknutí levý drát vydával tón e a pravý drát tón g. Poměr frekvencí tercie c–e je $f_\mathrm{e}/f_\mathrm{c} = 5/4$, kvinty c–g $f_\mathrm{g}/f_\mathrm{c} = 3/2$. Frekvence tónu je přímo úměrná odmocnině z velikosti napínající síly, tj. $f = k\sqrt{F}$.



Obr. 3



Obr. 4



Obr. 5

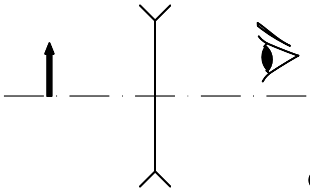
5. Rozptylka a zrcadlo

a) Přes rozptylku o ohniskové vzdálenosti f pozorujeme předmět kolmý k optické ose (obr. 6). Do jaké vzdálenosti od čočky musíme předmět umístit, aby jeho zdánlivý obraz vytvořený čočkou byl dvakrát zmenšený, tj. aby příčné zvětšení bylo $Z_1 = 1/2$? Určete též polohu obrazu.

b) Za rozptylku umístíme kolmo na optickou osu rovinné zrcadlo do vzdálenosti d od čočky a budeme pozorovat obraz předmětu vytvořený paprsky, které po průchodu rozptylkou a odrazu od zrcadla znovu prošly rozptylkou (obr. 7). Kde se bude nacházet a jaké bude jeho výsledné příčné zvětšení?

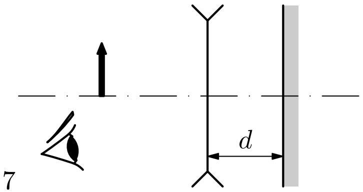
c) Jak bychom museli zvolit vzdálenost d, aby byl výsledný obraz čtyřikrát menší než předmět? Kde v tomto případě výsledný obraz uvidíme?

V případech a), b) nakreslete také obrázky znázorňující průchod paprsků čočkou.



Obr. 6

Obr. 7



6. *Praktická úloha:* **Měření vzájemné indukčnosti**

Teorie: V cívce o indukčnosti L vznikne při průchodu proudu i celkový magnetický tok (součet magnetických toků všech závitů) $\Phi_\mathrm{c} = Li$. Mějme dvě cívky o indukčnostech L_1 a L_2 umístěné tak, aby magnetické pole první cívky zasahovalo do závitů druhé cívky a naopak. Prochází-li první cívkou proud i_1, vznikne v druhé cívce magnetický tok $\Phi_{12} = M_{12}i_1$ a naopak, jestliže druhou cívkou prochází proud i_2, vznikne v první cívce magnetický tok $\Phi_{21} = M_{21}i_2$. Dá se dokázat, že platí $M_{12} = M_{21} = M$. Veličina M se nazývá *vzájemná indukčnost* cívek.

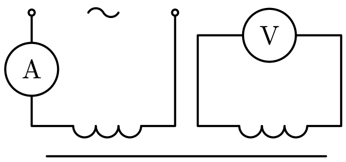
Úkol: Určete vzájemnou indukčnost dvou cívek z rozkladného transformátoru o 600 a 1200 závitech, které jsou navléknuty na dlouhém rovném jádru a vzájemně se dotýkají.

Provedení úlohy:

1. způsob: Do první cívky přivedeme přes ampérmetr střídavý proud o frekvenci 50 Hz ze síťového transformátoru a k druhé cívce připojíme voltmetr (obr. 8). Změny proudu v první cívce indukují v druhé cívce napětí. Platí

$$\Phi_2 = Mi_1 = MI_{1\mathrm{m}} \sin \omega t\,,$$

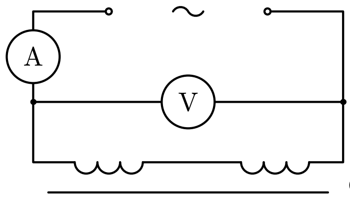
$$u_2 = -\frac{\mathrm{d}\Phi_2}{\mathrm{d}t} = -MI_{1\mathrm{m}}\omega \cos \omega t = -U_{2\mathrm{m}} \cos \omega t\,,$$



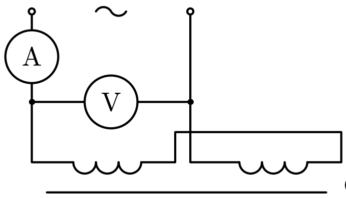
Obr. 8

$$M = \frac{U_{2\mathrm{m}}}{\omega I_{1\mathrm{m}}} = \frac{U_2}{\omega I_1}\,,$$

kde U_2 a I_1 jsou efektivní hodnoty napětí a proudu, které přečteme na měřicích přístrojích. Primární cívku volte a) s 600 závity, b) s 1200 závity. Každé měření proveďte pětkrát při různých hodnotách proudu. Jako zdroj proudu použijte síťový transformátor s odbočkami na sekundárním vinutí nebo regulujte proud reostatem. Nepřekročte maximální hodnoty proudu vyznačené na cívkách.



Obr. 9



Obr. 10

2. způsob: Sériovým spojením obou cívek dostaneme jedinou cívku o indukčnosti $L_\mathrm{A} = L_1 + L_2 + 2M$ (obr. 9), nebo o indukčnosti $L_\mathrm{B} = L_1 + L_2 - 2M$ (obr. 10). V obou případech má výsledná cívka také rezistanci rovnou součtu $R_1 + R_2$ odporů obou vinutí a pro její impedanci a indukčnost platí

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{\omega^2 L^2 + (R_1 + R_2)^2}\,, \qquad L = \frac{\sqrt{Z^2 - (R_1 + R_2)^2}}{\omega}\,.$$

Měřením podle obr. 9 a 10 určíme L_A a L_B. Pak $M = \dfrac{L_\mathrm{A} - L_\mathrm{B}}{4}$.

Také měření podle obr. 9 a 10 proveďte pětkrát při různých hodnotách proudu. Odpory vinutí R_1 a R_2 změřte ohmmetrem nebo pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu stejnosměrného proudu.

Výsledky získané oběma způsoby porovnejte.

7. Kosmologický rudý posuv

Velikost rudého posuvu spektrálních čar ve spektrech astronomických objektů se udává číslem

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0},$$

kde λ_0 je vlnová délka ve vztažné soustavě spojené se zdrojem záření a λ vlnová délka změřená pozemským spektrometrem.

a) Jakou rychlostí v by se od nás musel vzdalovat objekt, abychom v jeho spektru změřili rudý posuv $z = 0{,}20$?

b) Za jakou dobu by takto rychle letící objekt urazil dráhu 30 kpc rovnou průměru spirálního disku naší Galaxie?

c) Nechť na daném objektu proběhly dvě soumístné události, zaregistrované přijetím signálů, které na Zem dorazily s časovým odstupem $\tau = 150$ hodin. Jakou dobu τ_0 mezi oběma událostmi by změřil pozorovatel pohybující se s daným objektem?

d) Jaká doba τ_1 uplynula mezi oběma událostmi podle pozorovatele na Zemi?

e) Porovnejte klidovou a kinetickou energii daného objektu ve vztažné soustavě spojené se Zemí.