Čtyřstěn

Praktická úloha celostátního kola 55. ročníku FO

Zadání úlohy

Kostra čtyřstěnu, kterou jste dostali, byla zhotovena z pečlivě vytříděných rezistorů o stejném odporu R. Pouze jeden rezistor má odlišný odpor r. Zjistěte, o který rezistor se jedná, jaký je jeho odpor a jaké jsou odpory zbývajících rezistorů. Pro snadnou orientaci jsou vrcholy čtyřstěnu označeny barevnými bužírkami.

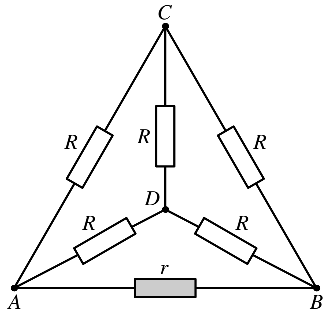
Pokyny k provedení úlohy

a) Označme A, B, C, D vrcholy čtyřstěnu a předpokládejme, že rezistor o odporu r leží mezi vrcholy A, B (obr. 1). Celkový odpor mezi dvěma vrcholy čtyřstěnu závisí na poloze rezistoru o odporu r vzhledem k těmto vrcholům. Ve čtyřech případech je stejný — které dvojice vrcholů to jsou? Tyto čtyři stejné odpory označme R_1. Zbývající dva odpory jsou odlišné; označme je R_2, R_3, přičemž

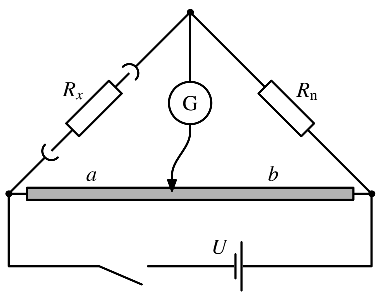
$$R_2 > R_3.$$

Známe-li odpory R_1, R_2, R_3 a víme, kterým dvojicím vrcholů přísluší, lze určit polohu rezistoru o odporu r a vypočítat odpory r, R. *Odvoďte potřebné vzorce a kritéria.*

b) Pomocí Wheatstonova můstku, který máte k dispozici, změřte celkové odpory mezi vrcholy čtyřstěnu a zapište je s ohledem na barevné označení vrcholů (tabulka 1). Určete nejpravděpodobnější hodnoty odporů R_1, R_2, R_3 (tabulka 2).
Základní části Wheatstonova můstku jsou: proužek odporové fólie, odporový normál o známém odporu R_n, jehož přesná hodnota je zapsána na podložce můstku, a galvanometr G. Můstek je napájen z devítivoltové baterie.



Obr. 1



Obr. 2

Připojíme-li můstek ke dvěma vrcholům čtyřstěnu a nastavíme polohu pohyblivého kontaktu na odporové fólii tak, aby proud galvanometru byl nulový, je celkový odpor čtyřstěnu mezi danými vrcholy

$$R_x = \frac{a}{b} R_\mathrm{n},$$

kde a, b jsou délky úseků mezi konci proužku odporové fólie a pohyblivým kontaktem. *Vzorec odvoďte.*

c) Pomocí vzorců a kriterií odvozených v úkolu a) stanovte, mezi kterými vrcholy čtyřstěnu se nachází rezistor o odporu r a jaké jsou nejpravděpodobnější hodnoty odporů r a R (tabulka 3).

d) Rovnost odporů R ve čtyřstěnu byla pečlivě přezkoušena. Odpor R_n byl stanoven s velkou přesností. Odpory spojovacích vodičů a přechodové odpory mezi vrcholy čtyřstěnu a krokosvorkami jsou v porovnání s r a R zanedbatelné. K nepřesnosti může tedy dojít prakticky jen při stanovení správné polohy pohyblivého kontaktu při vyvažování můstku. Předpokládejte, že chyba při stanovení hodnot a, b je ± 2 mm. Na základě tohoto údaje stanovte horní a dolní meze odporů R_1, R_2, a R_3 a také absolutní a relativní chyby vypočtených odporů r a R. Využijte přitom tabulku 4.

Poznámka: Možná, že se vám bude hodit vzorec pro transfiguraci trojúhelník – – hvězda:

$$r_k = \frac{R_l R_m}{R_k + R_l + R_m}, \quad \text{CZ}$$