Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

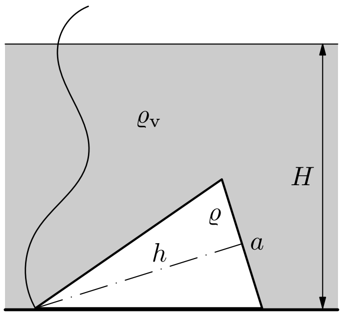
Teoretické úlohy celostátního kola 55. ročníku FO

HOLEŠOV 2014

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Ležící jehlan

Na vodorovném dně nádrže s vodou o hloubce H leží na boku pravidelný homogenní čtyřboký jehlan s délkou podstavné hrany a a výškou h (obr. 1). Hustota materiálu jehlanu ϱ je větší než hustota vody ϱ_v. Hloubka nádrže je větší, než stěnová výška jehlanu. Objem nádrže je mnohonásobně větší než objem jehlanu. Jehlan budeme zvedat pomocí niti upevněné k malému háčku na vrcholu.



Obr. 1

a) Odvoďte vztah pro výpočet vzdálenosti těžiště pravidelného homogenního jehlanu od podstavy.

b) Určete nejmenší práci W_1 potřebnou k postavení jehlanu na jeho podstavu.

c) Určete nejmenší práci W_2 potřebnou na vytažení jehlanu stojícího na dně těsně nad hladinu vody.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty: $H = 1{,}20$ m, $a = 10{,}0$ cm, $h = 16{,}0$ cm, $\varrho = 2\,700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\varrho_\mathrm{v} = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

2. Hod míčku na střechu

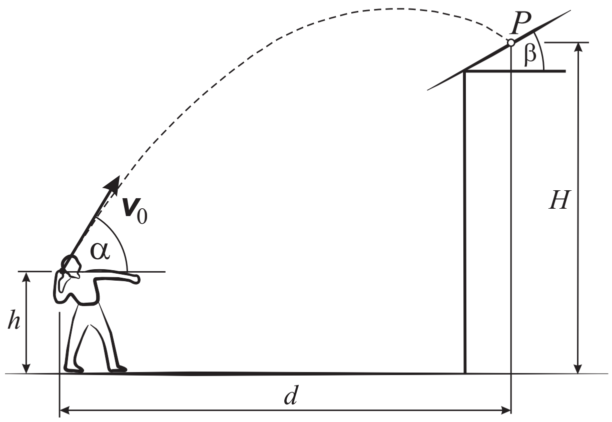
Na obr. 1 je nakreslen chlapec, který házel malým míčkem (hopíkem) šikmo vzhůru pod úhlem α na střechu domu, která svírá s vodorovným směrem úhel β. Míček opustil chlapcovu ruku ve výšce h a dopadl na střechu do bodu P, který má vodorovnou vzdálenost d od místa vrhu a nachází se ve výšce H nad vodorovnou rovinou. Od střechy se pružně odrazil a dopadl po odrazu na zem. Určete

a) velikost v_0 počáteční rychlosti, kterou chlapec míček hodil,

b) úhel γ dopadu míčku na střechu vzhledem k vodorovné rovině, úhel δ vzhledem k vodorovné rovině, pod kterým se míček odrazil zpět, a velikost v_1 rychlosti dopadu míčku na střechu,

c) polohu místa na zemi, kam míček po odrazu dopadl.

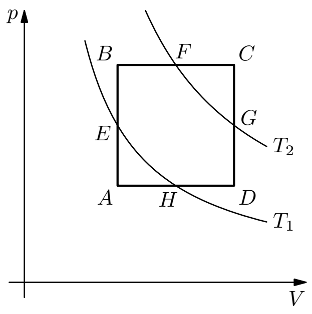
Úlohu a) řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty $H = 3{,}5$ m, $h = 1{,}5$ m, $d = 5{,}0$ m, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$, úlohy b) a c) pouze pro zadané hodnoty. Odpor prostředí zanedbejte. Odraz míčku považujte za dokonale pružný.



Obr. 1

3. Účinnost kruhového děje

Kruhový děj, jehož p-V diagram je na obr. 1, se skládá ze dvou dějů izochorických a dvou dějů izobarických. Pracovní látkou je 1 mol ideálního plynu s dvouatomovými molekulami. Středy spodní izobary a levé izochory leží na stejné izotermě s odpovídající teplotou T_1, středy horní izobary a pravé izochory leží na stejné izotermě s odpovídající teplotou T_2.



Obr. 1

a) Určete teploty plynu v bodech A, B, C a D.

b) Určete práci plynem vykonanou během kruhového děje $ABCDA$.

c) Určete teoretickou účinnost tepelného stroje, který by podle tohoto cyklu pracoval.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $T_1 = 300$ K, $T_2 = 700$ K.

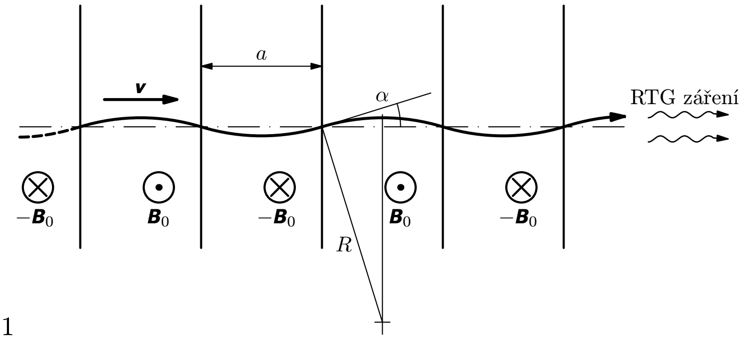
4. Undulátor

Ve výzkumném centru SLAC ve Stanfordu se při přípravě laserového rentgenového záření používá tzv. *undulátor*, ve kterém se elektrony urychlené lineárním urychlovačem na celkovou energii až $E = 14$ GeV nechají prolétnout 112 m dlouhou soustavou opačně orientovaných homogenních magnetických polí s indukcí o velikosti $B_0 = 1{,}25$ T, každé o šířce $a = 1{,}5$ cm. Tím se jejich trajektorie nepatrně zvlní (obr. 1). Po výstupu z undulátoru jsou elektrony odchýleny magnetickým polem do absorbéru. Elektrony, které se pohybují velkou rychlostí po zakřivené trajektorii, vyzařují ve směru svého pohybu rentgenové záření o vlnové délce

$$\lambda = \frac{a}{\gamma^2}\left(1 + \frac{K^2}{2}\right),$$

kde $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ je Lorentzův faktor a $K = \dfrac{eB_0 a}{\pi m_\mathrm{e} c}$ je undulátorový parametr.

Elektrony se při průchodu undulátorem sdružují do „mikroobláčků“ a díky tomu je vystupující rentgenové záření silně koherentní.



Obr. 1

a) Porovnejte celkovou energii E elektronu, který vstupuje do undulátoru, s jeho klidovou energií E_0. O kolik % se liší rychlost v elektronu od rychlosti c světla ve vakuu?

b) Jaký je poloměr R oblouků kružnic, po kterých se elektron pohybuje v každé části undulátoru? Určete vstupní úhel α a maximální vzdálenost d elektronu od osy undulátoru.

c) Určete vlnovou délku λ vznikajícího rentgenového záření a porovnejte energii E_f fotonu tohoto záření s celkovou energií elektronu při vstupu do undulátoru.

Klidová hmotnost elektronu $m_\mathrm{e} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m$\cdot$s^{-1}, elementární náboj $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, Planckova konstanta $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s.

Při řešení podle potřeby využijte aproximaci $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \dfrac{x}{2}$ pro $x \ll 1$.