Úlohy 1. kola 55. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Dva automobily před přechodem pro chodce

Světelný semafor na přechodu pro chodce je nastaven tak, že s určitým zpožděním po stisknutí tlačítka chodcem se pro provoz vozidel rozsvítí po zelené na dobu 1,0 s žlutá, na dobu 14,0 s červená, na dobu 1,0 s žlutá a pak opět zelená. K přechodu přijížděly dva automobily ve dvou jízdních pruzích vedle sebe rychlostí o velikosti 50 km/h. Oba začaly zpomalovat v okamžiku rozsvícení červené barvy. První automobil za dobu 7,0 s rovnoměrně zpomaleného pohybu snížil rychlost na 30 km/h a za další dobu 4,0 s rovnoměrně zpomaleného pohybu zastavil přesně na hranici přechodu. Druhý automobil rovnoměrně zpomaleným pohybem zmenšil rychlost za dobu 3,0 s na 20 km/h a poté se stále pohyboval rovnoměrně.

a) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase každého automobilu po dobu svícení červeného světla.

b) Rozhodněte, na jakou barvu světla semaforu vjel druhý automobil na přechod.

2. Rozjezd vlaku do tunelu

Dva chlapci, David a Jakub, se zajímali o železnice. Pozorovali vlak stojící na semaforu, který se nacházel v jisté vzdálenosti před tunelem. Z délky vagónů a lokomotivy věděli, že délka celého vlaku je 270 m. David během rozjíždění vlaku naměřil čas posunutí vlaku z klidu o jeho vlastní délku 60 s. Jakub na svých stopkách zjistil, že vjezd do tunelu trval 36 s. Během celého pozorování se vlak rozjížděl rovnoměrně zrychleným pohybem.

a) Z uvedených údajů postupnými výpočty určete velikost rychlosti, kterou měl vlak v okamžiku, kdy se celý ocitl v tunelu.

b) Označme d délku vlaku, t_1 čas změřený Davidem, t_2 čas změřený Jakubem a v_2 hledanou rychlost. Úlohu a) vyřešte obecně a poté ve výsledném vzorci proveďte zkoušku z hlediska jednotek (tzv. rozměrovou zkoušku). Dosazením zkontrolujte číselný výsledek získaný v části a).

3. Kolotoč

Malý Pavlík o hmotnosti $m = 21$ kg sedí na kolotoči, který se otáčí rovnoměrně s periodou $T = 6{,}0$ s. Poloměr kružnice, po které se pohybuje, je $r = 3{,}1$ m.

a) Určete velikost a_d dostředivého zrychlení.

b) Určete velikost F_G tíhové síly, velikost F celkové síly, kterou působí Pavlík na sedačku, a úhel α mezi těmito silami $\boldsymbol{F}_G$ a $\boldsymbol{F}$.

c) Kolotoč zastaví rovnoměrně zpomaleným pohybem za dobu $t = 9{,}0$ s. Určete velikost a_t tečného zrychlení během zastavování a úhel φ ve stupních, který Pavlík během zastavování kolotoče opíše.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

4. Bedna na nakloněné rovině

Dva brigádníci měli naložit na korbu automobilu ve výšce $h = 1{,}40$ m dřevěnou bednu o hmotnosti $m = 90$ kg a po dopravě do cílového místa ji opět složit. K naložení a ke složení měli k dispozici fošny délek $l_1 = 2{,}80$ m a $l_2 = 4{,}80$ m. Součinitel smykového tření mezi bednou a fošnou je $f = 0{,}45$.

a) Kterou fošnu musí použít, aby bednu při nakládání na korbu vytlačili menší silou?

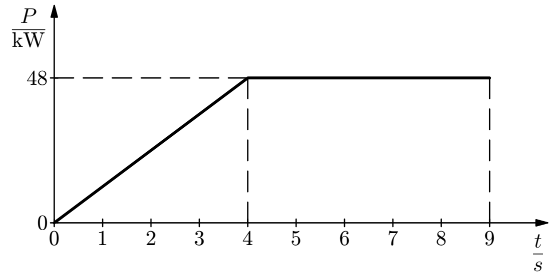
b) Kterou fošnu musí použít, aby k vytlačení bedny vykonali menší práci?

c) Stejným způsobem porovnejte velikosti sil a práci při skládání bedny.

Všechny závěry podložte výpočty.

5. Rozjezd automobilu s daným časovým průběhem výkonu

Automobil o hmotnosti $m = 1\,400$ kg se rozjíždí z klidu. Jeho okamžitý užitečný výkon závisí na čase podle grafu:



a) Určete velikost v_1 rychlosti v čase $t_1 = 4{,}0$ s a velikost v_2 rychlosti v čase $t_2 = 9{,}0$ s. Využijte obsah plochy pod grafem.

b) Do tabulky doplňte v jednotlivých časech kinetickou energii E_k automobilu a velikost v okamžité rychlosti. Poté sestrojte graf závislosti rychlosti na čase.

$\frac{t}{\text{s}}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{E_k}{\text{kJ}}$										
$\frac{v}{\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}$										

c) Rozhodněte, na kterém úseku byl pohyb automobilu rovnoměrně zrychlený, a určete velikost a jeho zrychlení. Na zbývajícím úseku určete průměrné zrychlení a_{p} automobilu. Průměrným zrychlením rozumíme podíl přírůstku velikosti rychlosti a odpovídajícího časového intervalu.

6. *Praktická úloha:* **Studium pohybu kuličky po nakloněné rovině.**

Úkol: Určete velikost zrychlení pohybu kuličky po nakloněné rovině grafickou metodou.

Pomůcky: lišta se žlábkem, kulička, délkové měřidlo, stopky

Návod: Lištu délky aspoň 160 cm na jednom konci podložíme tak, aby doba proběhnutí kuličky po celé liště byla zhruba 3 s až 5 s. V dolní části lišty zvolíme pro všechna měření cílovou polohu a od ní naměříme úseky např. po 25 cm tak, aby se jich na délku lišty vešlo aspoň 6. Během měření budeme dráhu postupně o jeden úsek zvětšovat. Na každé dráze provedeme 5 měření časů, z nichž vypočteme aritmetický průměr. Ke stabilizaci kuličky na startu použijeme vhodné těleso, např. dřevěný kvádr ze stavebnice, které v okamžiku startu kuličky uvolníme. Čas průchodu kuličky cílem lze registrovat též použitím kvádru na úrovni cílové čáry, kdy stopky stiskneme v okamžiku nárazu. Dráhy a časy zapíšeme do tabulky:

$\frac{s}{\mathrm{m}}$	$\frac{t_1}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_2}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_3}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_4}{\mathrm{s}}$	$\frac{t_5}{\mathrm{s}}$	$\frac{\bar{t}}{\mathrm{s}}$	$\frac{v}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$
0	-	-	-	-	-	0	0
0,25							
0,50							
0,75							
1,00							
1,25							
1,50							

Zpracování výsledků: Pomocí počítačového programu Excel sestrojíme graf závislosti okamžité rychlosti na uražené dráze. Nejprve vytvoříme tabulku a zapíšeme do ní naměřená data, tj. hodnoty dráhy s a naměřených časů t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, a to včetně nulové dráhy. Do dalších dvou sloupců vložíme vzorec pro výpočet aritmetického průměru $\bar{t}$ pěti naměřených časů a vzorec pro výpočet konečné okamžité rychlosti v z dráhy s a z průměrného času $\bar{t}$.

Kurzorem označíme dvojici sloupců s hodnotami $\bar{t}$ a v a vložíme *Graf*. Zvolíme typ grafu *XY bodový*, podtyp *bodový* (tj. bez spojnic datových bodů), čímž se zobrazí soustava izolovaných bodů. Po kliknutí pravým tlačítkem myši na libovolný z nich z nabídky zvolíme *Přidat spojnici trendu* a vybereme *Typ trendu a regrese lineární*. V nabídce Možnosti volíme $y = 0$. Tím se zobrazí přímka vycházející z počátku, která proloží zobrazené body v grafu.

Zobrazíme též *Rovnici regrese*, tj. rovnici získané přímky. Ta se zobrazí ve tvaru $y = kx$, což je rovnice přímé úměrnosti s konstantou (směrnicí) k. Podle rovnice $v = at$ je směrnice přímky hledaná velikost a zrychlení. Graf přeneseme do protokolu a zformulujeme závěr.

7. Dvě družice Země

Dvě družice A a B se pohybují po kruhových trajektoriích v rovině rovníku kolem Země. Družice A oběhne Zemi přesně 12krát za sluneční den (tj. přesně za 24 hodin), družice B přesně 13krát. Rovníkový poloměr Země je $R = 6\,378$ km. Hmotnost Země je $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, gravitační konstanta $\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

a) Která družice má větší úhlovou rychlost a která větší obvodovou rychlost? Zdůvodněte.

b) Určete minimální a maximální vzdálenost mezi družicemi.

c) Určete největší celočíselný počet oběhů, které může družice na kruhové trajektorii kolem Země za dobu 24 hodin vykonat, a odpovídající výšku h_1 nad zemským povrchem, jestliže tato výška z důvodu atmosféry nesmí být menší než 400 km.