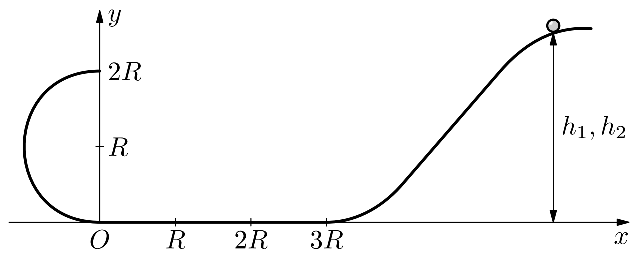
Úlohy 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie B*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Kulička v drážce

Plná homogenní kulička o poloměru r se může pohybovat mělkým žlábkem v konstrukci podle obr. 1. Část konstrukce má tvar půlkružnice o poloměru R, přičemž platí $r \ll R$. Počáteční výška kuličky nad vodorovnou částí trajektorie je a) $h_1 = 3{,}00R$, b) $h_2 = 2{,}36R$. Určete v obou případech souřadnice x_1, x_2 místa dopadu kuličky na konstrukci.

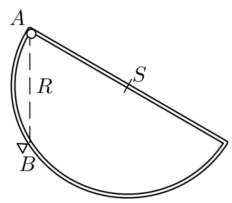
Valivý odpor a odpor vzduchu zanedbejte. Dotyk kuličky se žlábkem je bodový. Po celou dobu dotyku s konstrukcí se kulička valí bez prokluzování.



Obr. 1

2. Smyčka z drátu

Z pevného hladkého homogenního drátu byla vytvořena smyčka tvaru obvodu půlkruhu s poloměrem R a o hmotnosti $m = 0{,}500$ kg. Smyčka je zavěšena v bodě A na hřebík a opřena v bodě B o druhý hřebík, který je umístěn svisle pod prvním hřebíkem ve vzdálenosti R (obr. 2).



Obr. 2

a) Určete polohu těžiště smyčky, víte-li, že těžiště drátu ve tvaru půlkružnice je ve vzdálenosti $\dfrac{2R}{\pi}$ od jeho středu.

b) Určete úhel α, který by svírala přímá část smyčky se svislým směrem, jestliže by smyčka byla volně zavěšená jen na hřebíku A.

c) Určete velikost a směr sil působících na smyčku v bodech A a B.

3. Padající řetěz

Řetěz délky l a hmotnosti m byl zavěšen za jeden konec ve výšce $h \geq l$ nad zemí. Po uvolnění začal padat k zemi.

a) Určete dobu Δt mezi dopadem prvního a posledního článku řetězu.

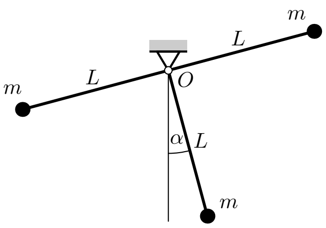
b) Určete, jakou maximální kinetickou energii E_{kmax} měl řetěz během pádu.

Úlohy a) a b) řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 4{,}0$ kg, $l = 7{,}0$ m, $h_1 = 10{,}0$ m, $h_2 = 20{,}0$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

c) Sestrojte pro dané hodnoty grafy závislosti potenciální, kinetické a celkové mechanické energie řetězu na dráze uražené horním koncem řetězu.

4. Tříbodové kyvadlo

Kyvadlo se skládá ze tří kuliček zanedbatelných rozměrů o hmotnosti m navzájem spojených pevnými tyčemi zanedbatelné hmotnosti tak, že navzájem tvoří písmeno T se stejně dlouhými rameny o délce L (obr. 3). Vodorovná osa kyvadla prochází bodem, ve kterém jsou tyče spojeny, a je kolmá k rovině kyvadla. Kyvadlo vychýlíme z rovnovážné polohy o malý úhel α a pustíme.



Obr. 3

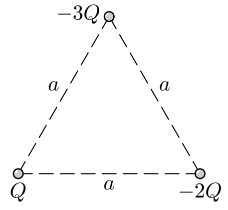
a) Určete dobu kmitu T tohoto kyvadla.

b) Určete velikost a směr síly $\boldsymbol{N}$, kterou působí spojovací tyč na spodní kuličku v krajní poloze.

Řešte obecně a pak pro hodnoty $m = 100$ g, $L = 25$ cm, $\alpha = 10°$.

5. Tři náboje ve vrcholech trojúhelníku

Ve vrcholech rovnostranného trojúhelníku o délce strany a ve vakuu se nacházejí částice s elektrickými náboji Q, $-2Q$ a $-3Q$ (obr. 4).



Obr. 4

a) Na kterou částici působí největší elektrická síla? Určete její velikost.

b) Určete velikost a směr intenzity elektrického pole v těžišti trojúhelníku.

6. *Praktická úloha.* **Měření relativní permitivity materiálu plastové láhve**

Pomůcky: plastová válcová láhev s rovným povrchem (např. dolní část láhve od minerální vody Mattoni), pruh alobalu, nízkofrekvenční generátor, sluchátko s velkou impedancí, 2 izolační stojánky, konopný provaz, sůl, lepicí páska, nitě, spojovací vodiče, několik kondenzátorů o kapacitě 1 nF až 10 nF

Popis měřicích metod:

a) *Zhotovení válcového kondenzátoru s plastovým dielektrikem*

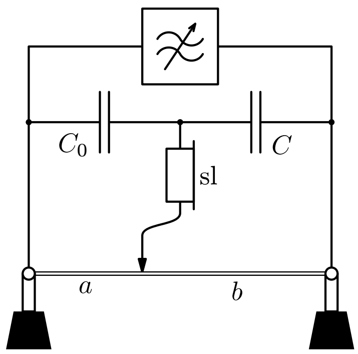
Plastovou láhev naplníme mírně osolenou vodou. Její hladkou válcovou část obalíme pruhem alobalu, který upevníme lepicí páskou a omotáme nití, aby všude těsně doléhal na láhev. Jeden přívodní drát vedeme pod zátkou do osolené vody, druhý připojíme k alobalovému plášti.

b) *Změření kapacity můstkovou metodou*

Použijeme zapojení podle obr. 5. Ve funkci odporového drátu použijeme konopný provázek navlhčený slanou vodou napnutý mezi dva izolační stojánky. (Elektrická vodivost takového provázku právě vyhovuje potřebám našeho měření a připomíná éru 17. až 19. století, ve které se některé základní elektrické zákony objevovaly pomocí jednoduchých měřicích prostředků.)

Kapacitu C našeho válcového kondenzátoru porovnáme se známou kapacitou C_0 jiného kondenzátoru. Frekvenci generátoru volíme v oblasti největší citlivosti sluchátka (obvykle 500 Hz až 1 kHz). Pohyblivý kontakt (banánek) posouváme po provázku, až signál ve sluchátku vymizí a můstek je vyvážený. Odměříme délky a, b obou úseků provázku. Platí

$$\frac{X_{C_0}}{X_C} = \frac{C}{C_0} = \frac{a}{b}\,, \qquad C = C_0\frac{a}{b}\,.$$



Obr. 5

c) *Určení relativní permitivity plastu láhve*

Je-li obvod láhve s, výška pásu alobalu v, tloušťka stěny láhve d a relativní permitivita ε_r, platí

$$C = \frac{\varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0 s v}{d}\,, \qquad \varepsilon_\mathrm{r} = \frac{Cd}{\varepsilon_0 s v}\,.$$

Měření kapacity C proveďte několikrát pro různé hodnoty kapacity C_0. Pak kondenzátor rozeberte, láhev rozstříhejte a určete průměrnou tloušťku stěny její válcové části. Určete střední hodnotu relativní permitivity plastu a odchylku měření.

7. Prodlužovací kabel

Zapojíme-li varnou konvici s vodou do síťové zásuvky, uvede se voda do varu za dobu $t_0 = 190$ s. Zapojíme-li varnou konvici s vodou do zásuvky na konci dlouhého prodlužovacího kabelu, jehož zástrčku (opačný konec) zapojíme do původní síťové zásuvky, uvede se voda do varu za dobu $t_1 = 226$ s.

a) Určete dobu t_2, za kterou se uvede do varu voda ve dvou konvicích současně zapojených na konci kabelu. Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty. Předpokládejme, že v konvici je vždy stejný objem vody se stejnou počáteční teplotou a že účinnost ohřevu je ve všech případech stejná. Odpor R_1 topné spirály konvice a odpor R_v kabelu považujte za konstantní. Síťovou zásuvku považujte za zdroj se zanedbatelným vnitřním odporem.

b) Posuďte, jak uvedené zjednodušující předpoklady ovlivnily výsledek řešení.