Úlohy 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Vlak na zpomaleném úseku

Vlak délky 210 m se pohyboval stálou rychlostí $28\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ a před mostem délky 366 m začal brzdit tak, že během doby 25 s rovnoměrně zpomaleného pohybu klesla jeho rychlost na $12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. V tom okamžiku začal najíždět na most, po němž se touto rychlostí pohyboval. V okamžiku, kdy poslední vagón most opouštěl, začal zrychlovat se zrychlením $0{,}40\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, až dosáhl konečné rychlosti jako před brzděním.

a) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase od okamžiku začátku brzdění do okamžiku dosažení konečné rychlosti.

b) Určete časový náskok, kdyby mohl celý úsek projet původní rychlostí.

2. Brzdící traktor

Traktor jede po vodorovné vozovce rovnoměrným pohybem tak, že se jeho zadní kola otočí 5krát za dobu t_1. Poté rovnoměrně zpomaleným pohybem bez prokluzování kol zastaví, přičemž se přední kola otočí 3krát. Poloměr zadního kola traktoru je R, poloměr předního kola traktoru $r = \frac{2}{3}R$.

a) Určete úhlovou rychlost ω otáčení předního kola před brzděním.

b) Určete velikost v rychlosti traktoru před brzděním.

c) Určete velikost a zrychlení traktoru během brzdění, dobu t_2 brzdění a brzdnou dráhu s.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty $t_1 = 6{,}0\ \mathrm{s}$, $R = 0{,}69\ \mathrm{m}$.

3. Zrychlující motocyklista

Motocyklista se při výjezdu z obce začal pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem z počáteční rychlosti $v_0 = 50\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a na dráze $s = 130\ \mathrm{m}$ dosáhl konečné rychlosti $v = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Hmotnost jezdce s motocyklem je $m = 220\ \mathrm{kg}$.

a) Určete dobu t zrychlování a velikost a zrychlení motocyklu.

b) Určete průměrný výkon P během zrychlování.

c) Určete minimální výkon P_{min} a maximální výkon P_{max} během zrychlování.

Řešte nejprve obecně, pak pro dané číselné hodnoty. Odpor vzduchu a valivý odpor zanedbejte.

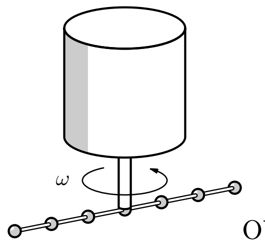
4. Sedm rotujících kuliček

Na tyčce zanedbatelné hmotnosti je rovnoměrně napevno rozmístěno 7 kuliček o stejné hmotnosti m. Vzdálenost mezi středy sousedních kuliček je l. Tyčka s kuličkami je ve vodorovné poloze upevněna k rotoru elektromotoru se svislou osou otáčení tak, že střed prostřední kuličky se nachází v ose otáčení a otáčí se rovnoměrně s úhlovou rychlostí ω (obr. 1).

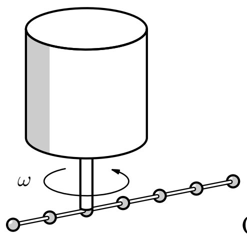
a) Určete velikosti odstředivých sil, kterými je tyčka mezi jednotlivými kuličkami napínána, a kinetickou energii soustavy kuliček.

b) Upevnění tyčky k rotoru posuneme o jednu kuličku, to znamená, že dostaneme proti sobě soustavu čtyř a dvou kuliček (obr. 2). Rotor opět roztočíme, až dosáhne úhlové rychlosti ω. Určete velikost celkové odstředivé síly, kterou je namáhána osa otáčení, a kinetickou energii soustavykuliček.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 60$ g, $l = 10$ cm, $\omega = 9{,}0\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$.



Obr. 1



Obr. 2

5. Cyklista s odporem vzduchu

Cyklista vyjížděl kopec se stálým sklonem $\alpha = 3{,}3°$ stálou rychlostí o velikosti $v_1 = 5{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Po obrátce sjížděl rychlostí o velikosti $v_2 = 14{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, přičemž jeho výkon byl stejný jako při jízdě do kopce. Hmotnost cyklisty s kolem je $m = 78$ kg. Po celou dobu jízdy bylo bezvětří. Velikost odporové síly vzduchu působící proti pohybu je přímo úměrná velikosti rychlosti, tj. platí $F_{\mathrm{odp}} = kv^2$. Sílu valivého odporu považujte za zanedbatelnou.

a) Určete hodnotu koeficientu k a výkon P cyklisty.

b) Určete velikost v_3 rychlosti, které by dosáhl bez šlapání při jízdě z kopce. Výsledek vyjádřete též obecně pouze pomocí velikostí rychlostí v_1 a v_2.

c) Určete velikost v_0 rychlosti, které by za bezvětří dosáhl se stejným výkonem na vodorovné rovině.

6. *Praktická úloha:* **Měření součinitele smykového tření**

Teorie: Těleso uvedené impulsem síly do pohybu po vodorovné podlaze koná vlivem třecí síly rovnoměrně zpomalený pohyb. Ze změřené dráhy s a změřené doby t tohoto pohybu lze určit součinitel f smykového tření podle vzorce

$$f = \frac{2s}{gt^2}.$$

Úkoly:

a) Odvoďte výše uvedený vzorec.

b) Proveďte měření s dvěma tělesy na dvou různých površích, např. kameninový souvislý povrch chodby, palubovka v tělocvičně, linoleum ve velké místnosti apod. Na podlaze vyznačte startovací čáru. Pro každé těleso měřte desetkrát dráhu a čas. Pro každou dvojici hodnot dráha a čas vypočtěte součinitel smykového tření a z nich vypočtěte aritmetický průměr, průměrnou a relativní odchylku měření. Ke zpracování doporučujeme využít program Excel.

c) Zformulujte závěr, posuďte v něm též nepřesnost měření dráhy a času a uveďte jejich příčiny.

Pomůcky: tělesa (hokejový puk, železný disk, zatížená papírová krabice, dřevěný kvádr, dlaždice apod.), pásmo, stopky

hokejový puk na kameninové dlažbě			železný disk na kameninové dlažbě			hokejový puk na palubovce			železný disk na polubovce		
t / s	s / m	f	t / s	s / m	f	t / s	s / m	f	t / s	s / m	f
Aritm. průměr			Aritm. průměr			Aritm. průměr			Aritm. průměr		
Prům. odchylka			Prům. odchylka			Prům. odchylka			Prům. odchylka		
Relat. odchylka			Relat. odchylka			Relat. odchylka			Relat. odchylka		

7. Dvě družice Země

Družice Elida obíhá kolem Země po elipse s délkou hlavní poloosy $a = 17\,000$ km a s číselnou výstředností $\varepsilon = 0{,}6$. Družice Kruda obíhá po kružnici se shodnou periodou.

a) Určete pro družici Elidu délku b vedlejší poloosy, výstřednost e, vzdálenosti r_p perigea a r_a apogea od středu Země a pro družici Krudu poloměr r její trajektorie.

b) Zvolte na čtverečkovaný nebo milimetrový papír střed S elipsy a v měřítku $a \mathrel{\widehat{=}} 5$ cm, případně $a \mathrel{\widehat{=}} 5$ jednotek (jednotkových délek), vyznačte polohy ohnisek F_1, F_2 a polohy hlavních a vedlejších vrcholů elipsy. S využitím vlastnosti $|F_1X| + |F_2X| = 2a$ sestrojte pomocí kružítka několik dalších bodů elipsy a elipsu dokreslete. Dále do obrázku sestrojte trajektorii družice Krudy.

c) Určete periodu T oběhu obou družic.

d) Určete pro družici Elidu poměr velikostí rychlostí $\dfrac{v_\mathrm{p}}{v_\mathrm{a}}$ v perigeu a v apogeu.

e) Určete velikost kruhové rychlosti družice Krudy.

Gravitační konstanta je $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot kg^{-2} \cdot m^2}$, hmotnost Země je $M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg.