OHYB SVĚTLA

Studijní text pro řešitele FO a ostatní zájemce o fyziku

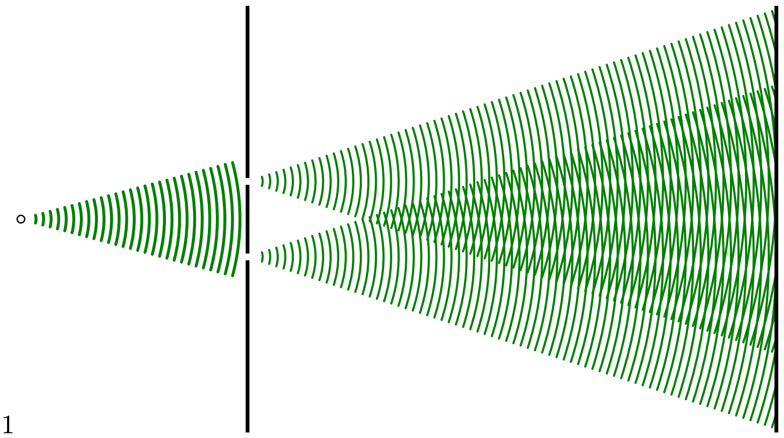
Přemysl Šedivý – ÚVFO Hradec Králové

Obsah

1 Úvod. Základní pojmy a principy optických ohybových jevů

Ohyb neboli *difrakci* světla jako první okolo r. 1660 experimentálně studoval *Francesco Maria Grimaldi*, učitel matematiky na jezuitské koleji v Bologni. Od něj pochází název difrakce. Do zatemněné místnosti pouštěl malým kruhovým otvorem sluneční světlo, do světelného kužele stavěl různé předměty a na protější stěně pozoroval jejich stíny. Zjistil, že jsou neostré, ohraničené barevnými proužky. Jemné proužky se objevovaly i uvnitř stínu. Úkazy popsal v knize *Fyzika světla, barev a duhy*, která vyšla dva roky po jeho smrti, r. 1665.

Rozmach vlnové optiky však nastal až začátkem 19. století zásluhou anglického lékaře a fyzika *Thomase Younga*. Ten v listopadu r. 1801 předvedl v Londýně optické pokusy, při kterých sluneční světlo procházející malým otvorem nechal dopadat na dvojici malých otvorů. Na stínítku za nimi se objevila řada rovnoběžných barevných proužků, jejichž vznik přesvědčivě vysvětlil jako důsledek *interference* dvou světelných vlnění vycházejících z *koherentních* světelných zdrojů (obr. 1.1). V místech, kde se vlnění setkávají se stejnou fází, vznikají interferenční maxima a v místech, kde se setkávají s opačnou fází, vznikají interferenční minima. Ze vzájemné vzdálenosti interferenčních proužků Young snadno určil, jak závisí vlnová délka viditelného světla na jeho barvě.



Obr. 1.1

Přesnější popis světelného vlnění poskytla elektromagnetická teorie. Jestliže na stínítko dopadá monochromatické světelné vlnění, vyvolá ve vyšetřovaném bodě stínítka elektromagnetické harmonické kmitání s elektrickou složkou $\boldsymbol{E}$ a k ní kolmou magnetickou složkou $\boldsymbol{H}$ (obr. 1.2). Pro jejich okamžité hodnoty platí

$$E = A \sin(\omega t + \varphi_0), \qquad H = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A \sin(\omega t + \varphi_0)\,,$$

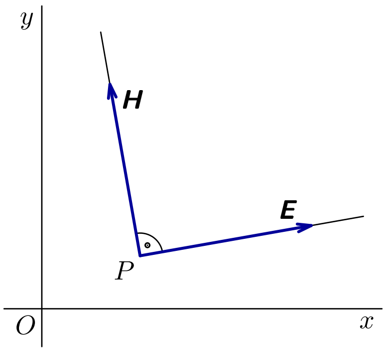
kde A je amplituda intenzity elektrického pole, ω je úhlová frekvence kmitů a φ_0 jejich počáteční fáze. *Intenzita ozáření* v daném místě stínítka je

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{A^2}{2}\,,$$

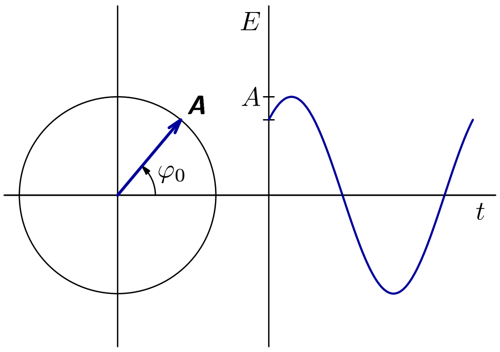
je tedy *přímo úměrná druhé mocnině amplitudy kmitů*. Kmitání ve zvoleném bodě elektrického pole můžeme s výhodou popsat *fázorem*

$$\boldsymbol{A} = A(\cos\varphi_0 + \mathrm{j}\,\sin\varphi_0)\,,$$

zobrazeným v Gaussově rovině, jehož velikost je rovna amplitudě kmitů a argument je roven jejich počáteční fázi (obr. 1.3).



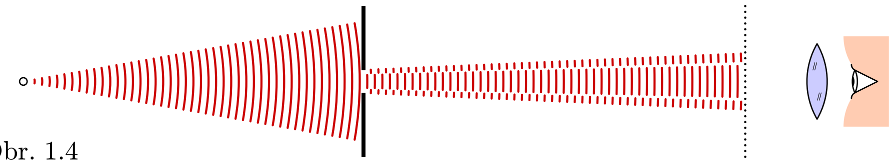
Obr. 1.2



Obr. 1.3

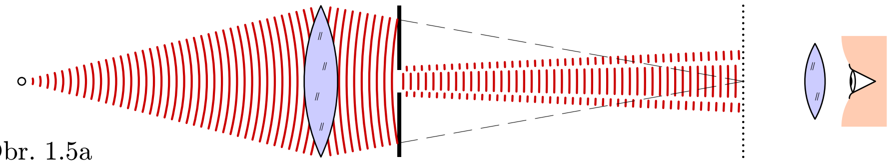
Při Youngově pokusu dochází na otvorech k odchylce světla od přímočarého šíření neboli k ohybu světla. Podrobné studium ohybových jevů provedli v letech 1816 až 1819 *Augustin Jean Fresnel* a v letech 1821 až 1822 *Joseph Fraunhofer*.

Fresnel se zabýval ohybovými jevy v uspořádání podle obr. 1.4, kdy mezi bodovým nebo štěrbinovým zdrojem světla a stínítkem leží pouze difrakční překážka. Sem vlastně patří i Youngův pokus.

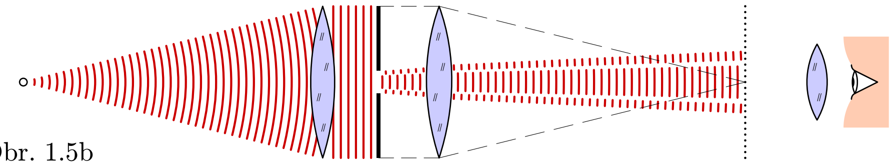


Obr. 1.4

Fraunhofer umísťoval difrakční překážku do blízkosti objektivu, kterým zobrazoval bodový nebo štěrbinový zdroj světla a studoval ohybové jevy v rovině geometrického obrazu (obr. 1.5). Objevem rozkladu světla pomocí optické mřížky položil základy mřížkové spektroskopie.



Obr. 1.5a



Obr. 1.5b

Ohybové jevy mohou poskytnout cenné informace nejen o světelném záření, ale i o vlastnostech difrakčních překážek. Metody, které se osvědčily při studiu difrakce viditelného světla, byly zdokonaleny a použity i pro jiné druhy záření, například při studiu struktury pevných látek pomocí záření rentgenového.

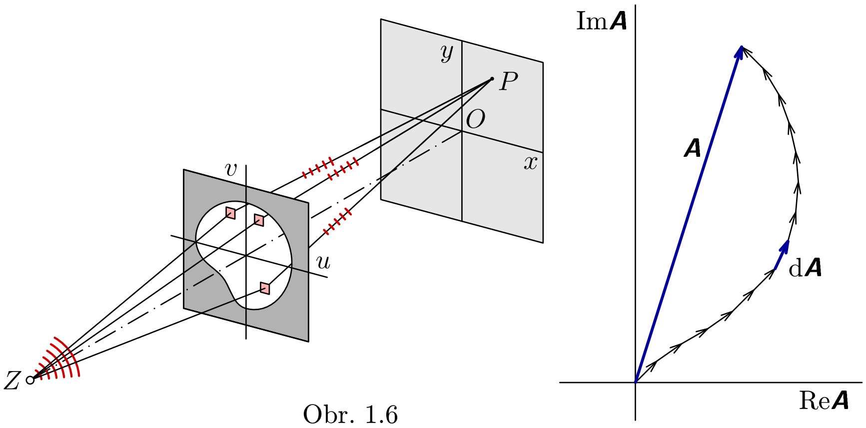
Fresnelovy a Fraunhoferovy pokusy vedou při použití stejné difrakční překážky většinou k dosti rozdílným výsledkům. Posouváme-li překážku rovnoběžně se stínítkem, Fresnelův ohybový jev se pohybuje po stínítku stejným směrem a to tolikrát rychleji, kolikrát je vzdálenost stínítka od zdroje větší než vzdálenost překážky. Nejvýraznější interferenční proužky přitom lemují hranici geometrického stínu překážky. Pro porovnání intenzity ozáření I v různých místech stínítka zavádíme *relativní intenzitu ozáření* I/I_0, kde I_0 je intenzita ozáření před vložením difrakční překážky. Při Fraunhoferových pokusech je interferenční jev vždy souměrný podle obrazu zdroje vytvořeného na stínítku objektivem podle zákonů geometrické optiky. Největší intenzitu ozáření I_m naměříme uprostřed stínítka. *Relativní intenzitu ozáření zde definujeme jako poměr* I/I_m. Posuneme-li překážku rovnoběžně se stínítkem, tedy kolmo k ose objektivu, poloha a vzhled interferenčního jevu se nemění.

Také matematické postupy při výpočtech rozložení světelného záření při dopadu na stínítko jsou u Fresnelových a Fraunhoferových jevů odlišné. Společný je pouze základní princip formulovaný Fresnelem, který spojil *Huygensův princip elementárních vlnění* a *Youngův princip interference*. Jsou-li rozměry překážky a stínítka malé v porovnání se vzdáleností stínítka od zdroje, platí:

1. Každá malá oblast o plošném obsahu dS v rovině difrakční překážky, která není difrakční překážkou zakryta, se chová jako samostatný elementární zdroj světelného vlnění, které dopadá na celé stínítko.

2. Amplituda kmitání vyvolaného tímto elementárním vlněním je stejná ve všech bodech stínítka. Je úměrná plošnému obsahu dS elementárního zdroje.

3. Výsledné kmitání ve vyšetřovaném bodě P stínítka vzniká složením všech elementárních kmitání vyvolaných v tomto bodě působením elementárních vlnění přicházejících z elementárních zdrojů v rovině difrakční překážky. Tato elementární kmitání mají stejný směr. Fázor $\boldsymbol{A}$ výsledného kmitání v bodě P je vektorovým součtem fázorů d$\boldsymbol{A}$ všech těchto elementárních kmitání (obr. 1.6).



Obr. 1.6

Z naznačených skutečností vyplývá, že výpočet relativní intenzity ozáření v různých bodech stínítka se většinou neobejde bez použítí integrálního počtu a přesahuje rámec učiva střední školy. Pro důkladnější studium je možno použít literaturu uvedenou na konci této publikace. My se omezíme jen na nejjednodušší, ale pro praktické aplikace důležité případy ohybových jevů a integrální počet se pokusíme pokud možno obejít. K procvičení poznatků jsou do jednotlivých článků zařazeny teoretické úlohy, které byste určitě neměli přeskočit. Nejprve si však vyložíme, jak jednoduše realizovat difrakční pokusy, pomocí kterých výsledky teoretických výpočtů ověříte.

V tomto studijním textu se omezíme pouze na ohyb viditelného světla na překážkách při jeho šíření vzduchem. Pokud budeme pracovat s vlnovou délkou použitého světla, bude se vždy jednat o vlnovou délku ve vzduchu za obvyklých podmínek. Zákony ohybu, se kterými se seznámíte, platí ovšem obecně pro všechny druhy vlnění.

2 Pomůcky pro jednoduché difrakční pokusy

Ohybové pokusy provádíme s překážkami, jejichž rozměry jsou velmi malé v porovnání s podélnými rozměry aparatury. Totéž obvykle platí i o rozměrech ohybového jevu na stínítku. Pro pohodlné pozorování je vhodné použít jako stínítko skleněnou matnici a jevy pozorovat proti přicházejícímu světlu lupou. Měření rozměrů ohybového jevu usnadní průhledné milimetrové měřítko, které k matnici připevníme kouskem izolepy.

Při ohybových pokusech používáme štěrbinové a bodové zdroje světla. Pro štěrbinový zdroj světla potřebujeme plechovou štěrbinu širokou asi 0,3 mm. Na ni pomocí čočky soustředíme co nejvíce světla ze žárovky nebo vhodné výbojky. Ostatní světlo, které se rozptyluje do okolí, vhodně odstíníme. Žárovka poskytuje spojité spektrum v celém viditelném oboru. Přibližně monochromatické světlo získáme vhodným barevným filtrem, který umístíme ke štěrbině ze strany žárovky. Nejlepšího využití světla dosáhneme, použijeme-li žárovku s rovným vláknem, rovnoběžným s osvětlovanou štěrbinou. Improvizovaně můžeme získat dostatečně silný žárovkový zdroj prostě tak, že štěrbinu osvětlíme z bezprostřední blízkosti diaprojektorem.

V kabinetu chemie možná seženete zdroj světla pro polarimetr vybavený nízkotlakou sodíkovou výbojkou. Její spektrum má ve viditelném oboru pouze dvě žluté čáry o vlnových délkách 588,997 nm a 589,593 nm. Je tedy téměř dokonale monochromatické.

Rtuťová výbojka horského slunce má ve viditelném oboru čtyři silné spektrální čáry: modrou o vlnové délce 435 nm, zelenou o vlnové délce 546,07 nm a dvě žluté o vlnových délkách 576,96 nm a 579,07 nm. Použijeme-li vhodný barevný filtr můžeme získat modré, zelené nebo žluté monochromatické světlo.

Bodový zdroj světla pro difrakční pokusy by neměl mít větší průměr než asi 0,3 mm. Světlo žárovky nebo výbojky se na tak malou plochu soustředí jen s nepatrnou účinností a z otvoru vystupuje do příliš širokého kužele. Zde dáme přednost školnímu HeNe laseru II. třídy nebo alespoň laserovému ukazovátku. Vlnová délka HeNe laseru je 632,8 nm, laserová dioda v ukazovátku vyzařuje s vlnovou délkou asi 670 nm.

Úzký laserový paprsek, který je na výstupu široký okolo 1 mm, se ovšem pro většinu pokusů nehodí a navíc je při manipulaci s ním třeba značné opatrnosti, aby nedošlo k zasažení oka. Laser je tedy nutno doplnit spojkou o ohniskové vzdálenosti asi 1 až 2 cm (vhodný je dobře vyčištěný objektiv nebo okulár mikroskopu), která paprsek soustředí do ohniska a z něj se světlo rozbíhá do úzkého kužele (obr. 2.1). Na stínítku vzdáleném 3 m by měl být rovnoměrně osvětlen kruh o průměru asi 1 dm.

Obvykle však je osvětlená plocha poněkud „flekatá“. Je to způsobeno tím, že laserové záření není zcela homogenní. Obsahuje několik různě silných samostatných koherentních záření, tzv. modů, které spolu interferují. Chceme-li získat dokonalé interferenční obrázky, musíme do ohniskové roviny spojky umístit clonu s otvorem o průměru asi 0,2 mm (například kousek alobalu propíchnutý špičkou jehly) a mikrometrickým posuvem ji nastavit tak, aby propustila jen hlavní mod. Podaří-li se nám to, projde clonou téměř všechno světlo a stínítko bude osvětlené rovnoměrně. Rozptýlené laserové světlo je zcela bezpečné.

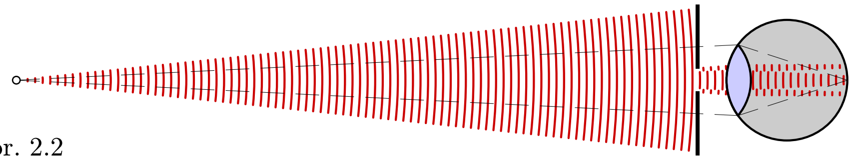
Obr. 2.1

Máme-li vhodný zdroj světla a ve vzdálenosti několika metrů od něj stínítko, můžeme se pustit do pozorování Fresnelových ohybových jevů v uspořádání podle obr. 1.4. Jako difrakční překážky použijeme různě silné dráty, štěrbinu s nastavitelnou šířkou, destičky s vyvrtanými kruhovými otvory, špendlík s větší kulatou hlavičkou apod. Chceme-li vyzkoušet Youngův pokus, potřebujeme vhodnou dvojštěrbinu.

Pro pozorování Fraunhoferových ohybových jevů potřebujeme ještě objektiv s co největší ohniskovou vzdáleností. Osvědčil se například objektiv od epidiaskopu s ohniskovou vzdáleností 40 cm. Pokusy uspořádáme podle obr. 1.5a a objektiv umístíme tak, aby na stínítku vznikl ostrý obraz světelného zdroje. Čím větší je ohnisková vzdálenost objektivu, tím ostřeji se na stínítku zobrazí zdroj. Jako difrakční překážky pro pozorování Fraunhoferových ohybových jevů potřebujeme destičky s vyvrtanými kruhovými otvory, štěrbinu s nastavitelnou šířkou, dvojštěrbinu, trojštěrbinu, čtyřštěrbinu a optické mřížky s různou hustotou štěrbin. Překážky s malým počtem rovnoběžných štěrbin stejné šířky a mřížky s několika desítkami štěrbin na milimetr můžeme získat na černobílém dokumentním kinofilmu ofotografováním kontrastních předloh zhotovených pomocí počítače a laserové tiskárny. Ukázky takových předloh jsou v příloze. Negativy, na kterých vzniknou černé plochy přerušované průhlednými čarami, zasadíme do rámečků na diapozitivy.

Pozor! Použijeme-li laserový bodový zdroj, jeho rozptýlené světlo se opět soustředí do jediného bodu na matnici, proto při zaostřování stopy nepozorujeme stínítko v protisvětle, ale ze strany. Teprve vložením difrakční překážky se světlo zeslabí a opět rozptýlí. V některých případech, zvláště u Fraunhoferova ohybu na větším kruhovém otvoru nebo na mřížce, jsou interferenční maxima příliš intenzivní a při pozorování jevu na matnici by došlo k oslnění. V takovém případě použijeme bílé neprůhledné stínítko a jev pozorujeme ze strany přicházejícího světla.

Fraunhoferovy ohybové jevy můžeme velice jednoduše pozorovat i bez použití objektivu tak, že difrakční překážku umístíme před oko a díváme se přes ni na bodový nebo štěrbinový zdroj světla (obr. 2.2). Oční čočka pak funguje jako objektiv a sítnice jako stínítko. Pozorovatel má dojem, že pozorovaný jev leží v rovině proložené zdrojem světla.



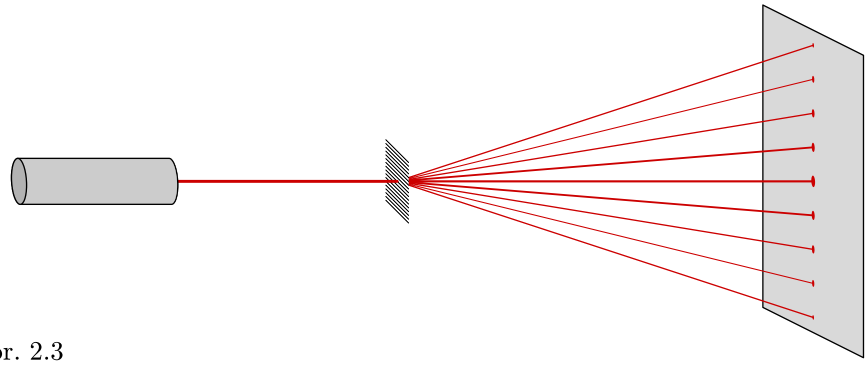
Obr. 2.2

Ohybová překážka musí mít malé rozměry nebo velmi jemnou strukturu. Použijeme tmavý papír nebo alobal, do kterého uděláme špičkou špendlíku otvor o průměru menším než 0,5 mm. Štěrbiny by měly být široké okolo jedné desetiny milimetru a jejich vzdálenost by měla být několik desetin milimetru. Vzhledem k malému průměru zornice oka můžeme na jediné políčko kinofilmu nafotografovat hned několik různých překážek vedle sebe a posouváním filmu před okem rychle přecházet od jednoho ohybového jevu k druhému. Pěkně se dá pozorovat ohyb na mřížce nebo na jemné tkanině (např. na filtru z kávovaru). Gramofonová deska, přes kterou pozorujeme světelný zdroj v šikmém odrazu, se chová jako optická mřížka.

Velmi jednoduché a efektní je pozorování Fraunhoferových ohybových jevů pomocí dalekohledu. Běžný triedr zaostříme na vzdálený bodový nebo štěrbinový zdroj světla a před objektiv vložíme difrakční překážku. Uvážíme-li, že ze vzdáleného zdroje přicházejí rovinné vlnoplochy, je toto uspořádání podobné jako na obr. 1.5b. Pouze je vynechána matnice.

Při opatrné manipulaci s laserem můžeme pro méně kvalitní difrakční pokusy použít i nerozptýlený laserový paprsek. Experiment vychází dobře u velmi malých nebo velmi jemných překážek, kdy jsou Fresnelovy a Fraunhoferovy ohybové jevy téměř stejné. Nejčastěji se takto demonstruje ohyb na detailu mřížky podle obr. 2.3. Také pro tyto pokusy je možno umístit několik difrakčních překážek na jediné políčko kinofilmu.

Difrakční jevy lze snadno vyfotografovat. Stačí nahradit matnici na obr. 1.4 a 1.5 jednookou zrcadlovkou bez objektivu a jako stínítko použít přímo film. Délka expozice závisí na rozměrech aparatury a na použitém zdroji světla.



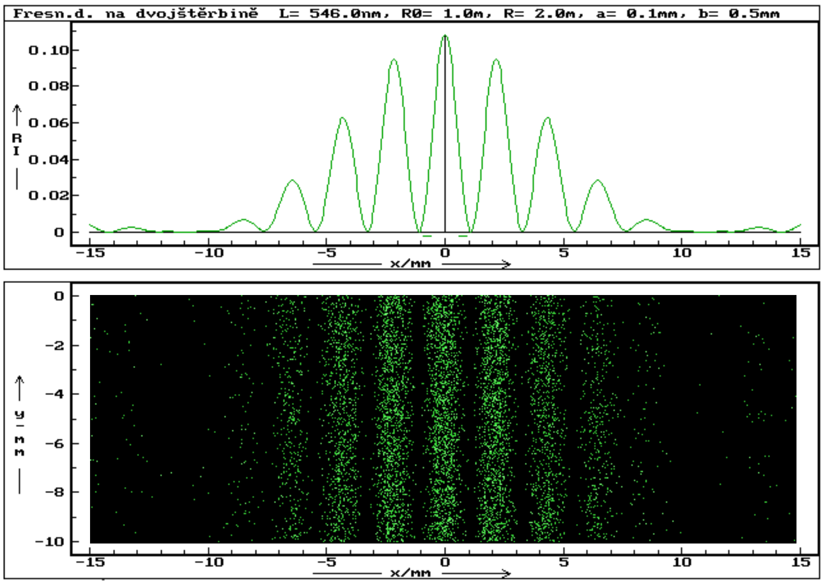
Obr. 2.3

Pro potřebu tisku se více než fotografie hodí počítačové modely ohybových jevů. Obrázky v této publikaci byly získány pomocí programů [1] a [2]. V manuálech k těmto programům jsou také podrobně vysvětleny použité způsoby výpočtu.

3 Fresnelův ohyb na dvojštěrbině (Youngův pokus)

Pro Youngův pokus použijeme destičku s dvojicí rovnoběžných štěrbin širokých 0,1 mm, jejichž středy jsou od sebe vzdáleny 0,5 mm. Dvojštěrbinu umístíme do vzdálenosti 1 m od štěrbinového světelného zdroje tak, aby štěrbina zdroje a ohybové štěrbiny byly co nejpřesněji rovnoběžné. Interferenční jev pozorujeme na stínítku vzdáleném 2 m od dvojštěrbiny. Použijeme-li zelené světlo rtuťové výbojky o vlnové délce 546 nm, dostaneme difrakční jev vymodelovaný na obr. 3.1. Při použití žárovky se na stínítku objeví barevné proužky souměrně rozložené okolo prostředního proužku bílého. Jednobarevné proužky pak uvidíme, budeme-li se dívat přes barevný filtr. Při použití modrého filtru budou proužky zhruba dvakrát hustší než při použití filtru červeného.

Youngův pokus je možno provést i s bodovým zdrojem světla.



Obr. 3.1

Polohu interferenčních maxim monochromatického světla určíme podle obr. 3.2. Dvojštěrbina se chová jako dvojice koherentních zdrojů Z_1, Z_2 o vzájemné vzdálenosti a. Střed stínítka, jehož vzdálenost od dvojštěrbiny je l, zvolme za počátek souřadnicové soustavy. V bodě P o souřadnici x se světelná vlnění setkají s dráhovým rozdílem

$$\delta = \sqrt{l^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2} - \sqrt{l^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}\,.$$

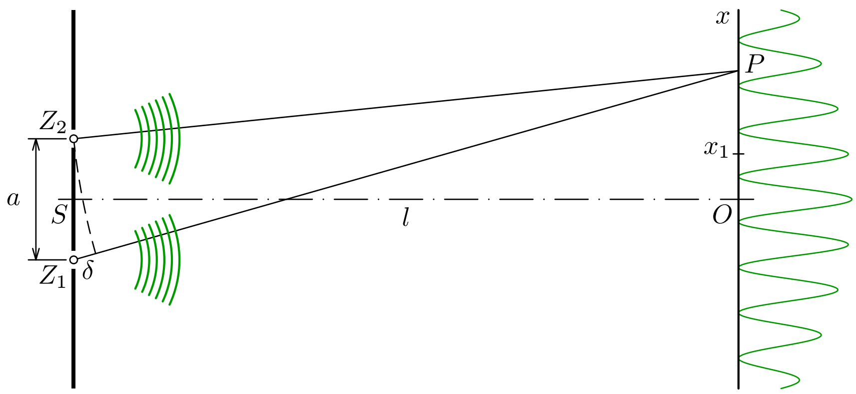
Protože $x \ll l$ a $x \ll a/2$, můžeme psát

$$\delta \approx l\left(1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}{2l^2}\right) - l\left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2l^2}\right) = \frac{xa}{l}\,.$$

Interferenční maxima vzniknou v místech, kde

$$\delta = \frac{xa}{l} = k \cdot \lambda\,, \quad x = k \cdot \frac{\lambda l}{a} = k \cdot x_1\,, \quad (k \text{ je celé číslo}).$$

Vzdálenost x_1 prvního maxima od středu stínítka je rovna šířce interferenčních proužků.



Obr. 3.2

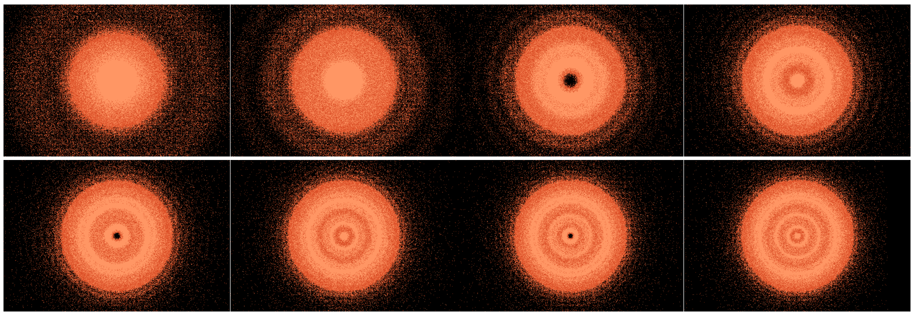
Úlohy

1. Dvojštěrbinu umístíme do vzdálenosti 2,0 m od bodového laserového zdroje o vlnové délce 632.8 nm. Štěrbiny jsou široké 0,20 mm a jejich středy jsou od sebe vzdáleny 0,70 mm. Jak široké interferenční proužky vzniknou na stínítku vzdáleném 3,0 m od dvojštěrbiny?

2. Při Youngově pokusu použijeme žárovkové bílé světlo. Proč jsou okraje středního bílého proužku zbarveny žlutě?

4 Fresnelův ohyb na kruhovém otvoru. Fresnelovy zóny

Mezi bodový zdroj světla Z a stínítko vzdálené od něj několik metrů umístíme destičku s kruhovým otvorem o průměru několik milimetrů. Vzdálenost R zdroje od otvoru i vzdálenost R' stínítka od otvoru postupně zmenšujeme a pozorujeme, jak se mění vzhled interferenčního jevu. V kruhové osvětlené ploše se objevují nové a nové interferenční kroužky. Střed plochy P se střídavě rozsvěcuje a úplně zatemňuje. Na obr. 4.1 je ve skutečné velikosti vymodelován vzhled stínítka při ohybu světla z bodového laserového zdroje o vlnové délce $\lambda = 632{,}8$ nm, které prochází otvorem o poloměru $a = 2{,}5$ mm. Vzdálenosti měníme tak, aby stále platilo $R' = 2R$. V prvním případě $R = 29{,}6$ m, $R' = 59{,}2$ m, v posledním případě $R = 2{,}1$ m, $R' = 4{,}2$ m.



Obr. 4.1

Abychom vysvětlili kolísání intenzity ozáření uprostřed stínítka, provedeme úvahu podle obr. 4.2. Z vlnoplochy, která při dopadu na otvor má poloměr r, se uplatní jen část ve tvaru kulového vrchlíku. Představíme si pomocné kulové plochy se středem v bodě P, z nichž první o poloměru r_0 se dotýká vrchlíku a každá další má poloměr větší o $\lambda/2$. Tyto plochy rozdělí zbylou část vlnoplochy na *Fresnelovy zóny*.

Z obr. 4.3 odvodíme, jaký poloměr ϱ_i má kružnice vyťatá na vlnoploše pomocnou kulovou plochou o poloměru $r_0 + i\dfrac{\lambda}{2}$, kde $i = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$, a jakou výšku h_i má vrchlík touto kružnicí omezený. Platí

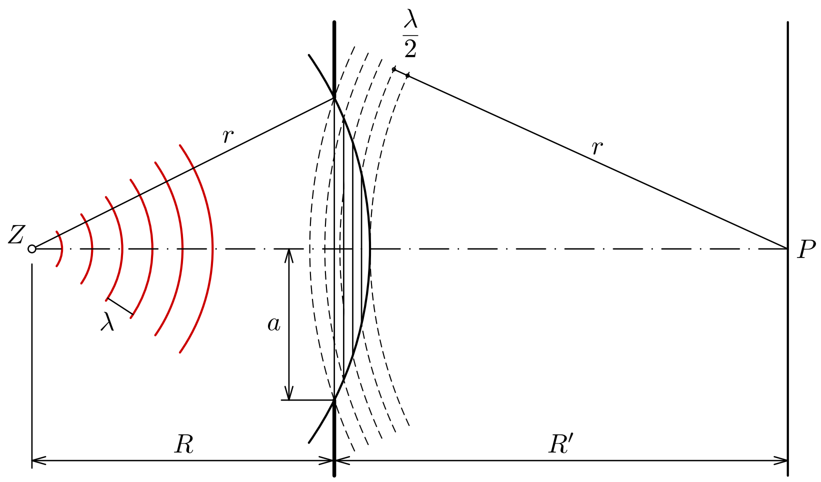
$$r^2 - (r - h_i)^2 = \left(r_0 + i \cdot \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (r_0 + h_i)^2\,, \quad 2h_i(r + r_0) = ir_0\lambda + \left(\frac{i\lambda}{2}\right)^2 \approx ir_0\lambda\,,$$

neboť $\lambda \ll r_0$.

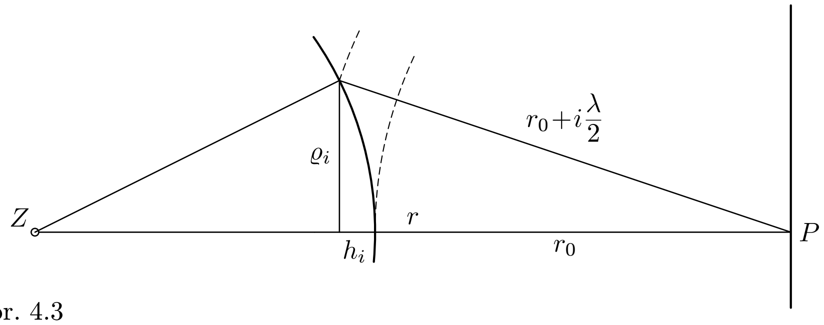
$$h_i \approx i \cdot \frac{r_0\lambda}{2(r + r_0)} = i \cdot h_1\,, \qquad h_1 = \frac{r_0\lambda}{2(r + r_0)}\,;$$

$$\varrho_i^2 = r^2 - (r - h_i)^2 \approx 2rh_i = i \cdot \frac{rr_0\lambda}{r + r_0} = i \cdot \varrho_1^2 \,,$$

$$\varrho_i = \sqrt{i} \cdot \varrho_1 \,, \qquad \varrho_1 = \sqrt{\frac{rr_0\lambda}{r + r_0}} \,.$$



Obr. 4.2



Obr. 4.3

Z odvozených vztahů plyne, že všechny Fresnelovy zóny mají stejnou výšku h_1 a tedy i stejný plošný obsah. Poloměry kružnic, které omezují jednotlivé zóny, jsou přímo úměrné $\sqrt{i}$. Protože $r \approx R \,, \quad r_0 \approx R' \,,$ můžeme psát

$$\varrho_1 = \sqrt{\frac{RR'\lambda}{R + R'}} \,.$$

Je-li celkový počet zón N celistvý, pak poloměr největší zóny je roven poloměru otvoru a. Platí

$$a = \sqrt{N}\varrho_1 = \sqrt{N}\sqrt{\frac{RR'\lambda}{R+R'}}\,, \qquad N = \frac{a^2(R+R')}{\lambda RR'} = \frac{a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right).$$

Vzhledem k tomu, že plošné obsahy zón jsou stejné, mají elementární světelná vlnění, která přicházejí do bodu P od jednotlivých zón, stejnou amplitudu. Vlnění od sousedních zón ovšem přicházejí s dráhovým rozdílem $\lambda/2$ a tedy s opačnou fází, takže se navzájem ruší. Je-li tedy počet zón sudý, intenzita ozáření v bodě P je nulová. Je-li počet zón lichý, intenzita ozáření v bodě P je maximální, a to taková, jako od jediné zóny. Zmenšujeme-li R i R', počet zón N se zvětšuje a střídavě dosahuje sudých nebo lichých hodnot. Tím je způsobeno kolísání intenzity ozáření uprostřed stínítka.

Počet zón, které nebyly zakryty otvorem, snadno určíme z celkového počtu výrazných světlých a tmavých kroužků, které tvoří ohybový jev. Na obr. 4.1 je počet zón v jednotlivých případech $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7.

Určeme nyní intenzitu ozáření stínítka před vložením difrakční překážky. Naše dosavadní úvahy platí dostatečně přesně, pokud je počet zón malý a jejich vzdálenosti od bodu P jsou prakticky stejné. Při velkém počtu zón se projeví rostoucí vzdálenost a rostoucí odklon normály vlnoplochy tak, že amplitudy $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \ldots$ elementárních kmitů vyvolaných v bodě P jednotlivými zónami se pomalu monotónně zmenšují k nule. Protože kmity od sousedních zón mají opačnou fázi, je výsledná amplituda

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 \cdots = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \cdots .$$

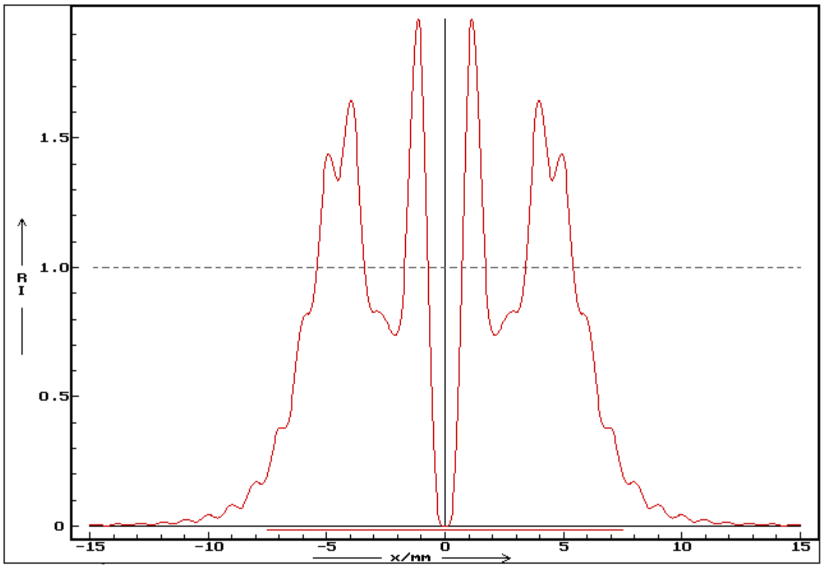
Výrazy v závorce však jsou nulové, protože pro sousední elementární amplitudy platí

$$A_k = \frac{A_{k-1}}{2} + \frac{A_{k+1}}{2}\,.$$

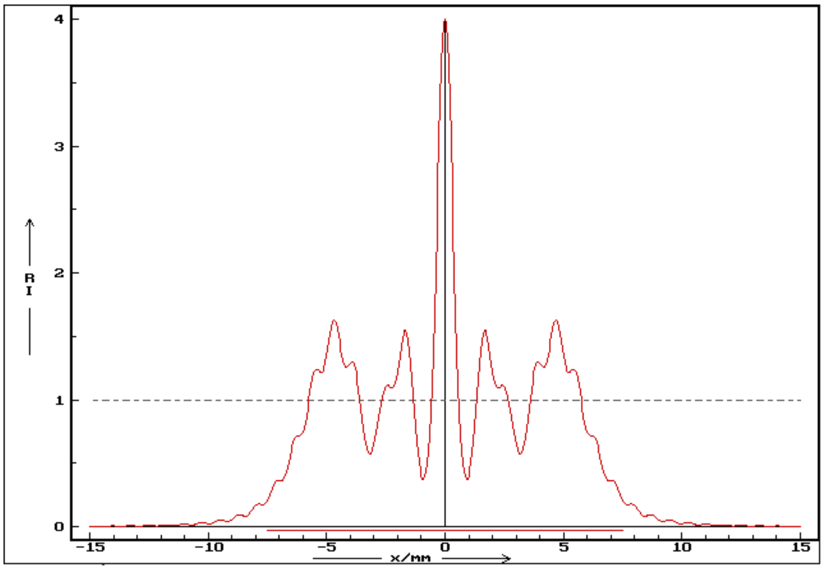
Výsledná amplituda $A = \dfrac{A_1}{2}$ světelného kmitání v bodě P je tedy dvakrát menší než amplituda kmitání vyvolaného první Fresnelovou zónou. Docházíme tak k překvapivému výsledku: Při Fresnelově ohybu na kruhovém otvoru, který zakrývá nevelký lichý počet Fresnelových zón, je amplituda kmitů uprostřed stínítka dvakrát větší a intenzita ozáření čtyřikrát větší než před vložením překážky. Relativní intenzita ozáření je v takovém případě

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2 = \left(\frac{A_1}{0{,}5A_1}\right)^2 = 4\,.$$

Na obr. 4.4 a 4.5 jsou grafy relativní intenzity ozáření pro $N = 4$ a $N = 5$, které doplňují obr. 4.1.



Obr. 4.4



Obr. 4.5

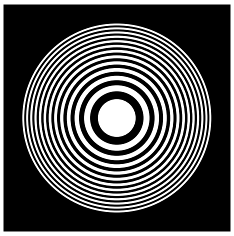
Mnohonásobné zvětšení intenzity ozáření v jediném bodě uprostřed stínítka způsobí *Fresnelova zónová destička*, která v kruhovém otvoru zakryje jen sudé zóny (obr. 4.6a) nebo jen liché zóny (obr. 4.6b). Je-li například odkryto 13 zón jako na našem obrázku, dosáhneme teoreticky relativní intenzity ozáření $(2 \cdot 13)^2 = 676$. Vzdálenosti R, R' bodového zdroje světla a stínítka od zónové destičky musí přitom splňovat výše uvedenou rovnici

$$N = \frac{a^2(R+R')}{\lambda RR'} = \frac{a^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right), \qquad \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{N\lambda}{a^2},$$

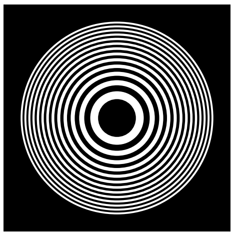
kde a je vnější poloměr poslední odkryté zóny a N je počet všech zón, tedy odkrytých i zakrytých. Dostáváme obdobu zobrazovací rovnice tenké spojky

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{1}{f}, \quad \text{kde} \quad f = \frac{a^2}{N\lambda}$$

a zónová destička se skutečně chová obdobně jako čočka s ohniskovou vzdáleností f.



Obr. 4.6a



Obr. 4.6b

Úlohy

1. Stínítko je vzdáleno 6,0 m od bodového laserového zdroje o vlnové délce 632,8 nm. Uprostřed mezi zdrojem a stínítkem je překážka s otvorem o poloměru 2,0 mm.

a) Do jaké nejmenší vzdálenosti musíme posunout překážku, aby intenzita ozáření uprostřed ohybového jevu byla nulová? Kolik výrazných světlých kroužků na stínítku napočítáme?

b) Do jaké nejmenší vzdálenosti musíme posunout překážku, aby intenzita ozáření uprostřed ohybového jevu byla maximální?

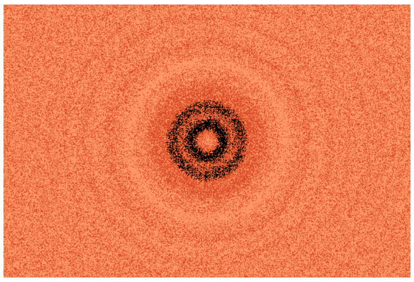
2. Zónovou destičku na obr. 4.6a zhotovíme tak, že vnější poloměr 25. zóny (tj. 13. nezakryté zóny) bude 4,0 mm. Určete „ohniskovou vzdálenost“ destičky pro laserové světlo o vlnové délce 632,8 nm. V jaké nejmenší vzdálenosti od zdroje se může soustředit světlo, které projde destičkou?

5 Fresnelův ohyb na kruhovém terčíku

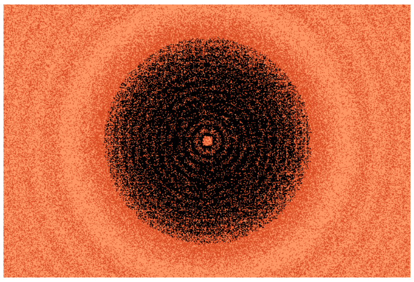
Mezi bodový zdroj světla a stínítko vkládáme kruhové terčíky různých průměrů připevněné na co nejtenčím drátu. Výrazný ohybový obrazec vznikne už za terčíkem, který zakryje jedinou Fresnelovu zónu (obr. 5.1). Za terčíkem, který zakryje větší počet zón, vzniká sice stín, ale v jeho středu zůstává světlý bod lemovaný jemnými kroužky (obr. 5.2). Intenzita ozáření uprostřed tohoto bodu je dokonce stejná jako před vložením terčíku (obr. 5.3). Vysvětlení je jednoduché. Zakryje-li terčík N zón, má amplituda kmitů uprostřed stínítka velikost

$$A = A_{N+1} - A_{N+2} + A_{N+3} - A_{N+4} + \cdots =$$
$$= \frac{A_{N+1}}{2} + \left(\frac{A_{N+1}}{2} - A_{N+2} + \frac{A_{N+3}}{2}\right) + \left(\frac{A_{N+3}}{2} - A_{N+4} + \frac{A_{N+5}}{2}\right) + \cdots = \frac{A_{N+1}}{2}\,,$$

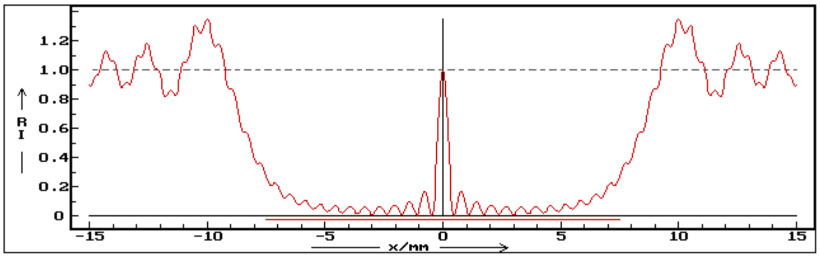
neboť výrazy v závorkách jsou nulové. Pro nepříliš velký počet zón je $A_{N+1} \approx \approx A_1$, a proto uprostřed stínítka $I = I_0$.



Obr. 5.1



Obr. 5.2

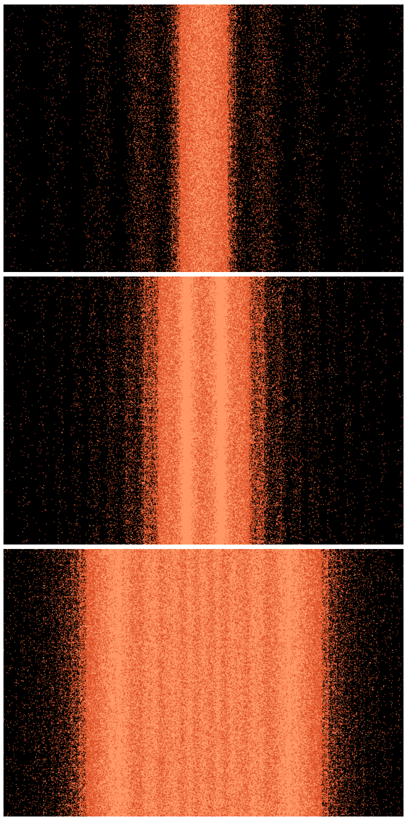


Obr. 5.3

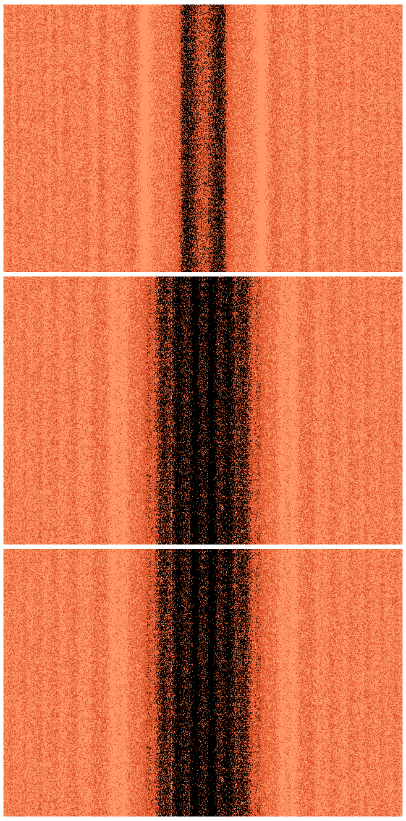
Na kruhovém otvoru a terčíku jsme si mohli všimnout, že Fresnelovy ohybové jevy jsou nejzajímavější, když překážka je o málo větší než první Fresnelova zóna. To platí i při ohybu na štěrbině a na drátu. Uvidíme také, že Fresnelův ohyb na otvorech a štěrbinách menších než první Fresnelova zóna vypadá obdobně jako ohyb Fraunhoferův.

6 Fresnelův ohyb na štěrbině, drátu a na polorovině

Na obr. 6.1 je zachycen vzhled stínítka při Fresnelovu ohybu na štěrbinách širokých 1 mm, 2,5 mm a 6 mm, vzdálených 2,5 m od bodového nebo štěrbinového zdroje o vlnové délce 632.8 nm a 5 m od stínítka. Na obr. 6.2 je zachycen vzhled stínítka při Fresnelově ohybu na drátech silných 1 mm, 2,5 mm a 4 mm. Vzdálenosti drátů od zdroje a stínítka jsou stejné jako u štěrbin. Pro tytéž vzdálenosti byly také vypočítány průběhy grafů na obr. 6.3, kde jsou šířky štěrbin a tloušťky drátů voleny od 0,25 mm do 2,75 mm. Na grafech jsou dvěma kroužky vyznačeny hranice geometrického stínu.

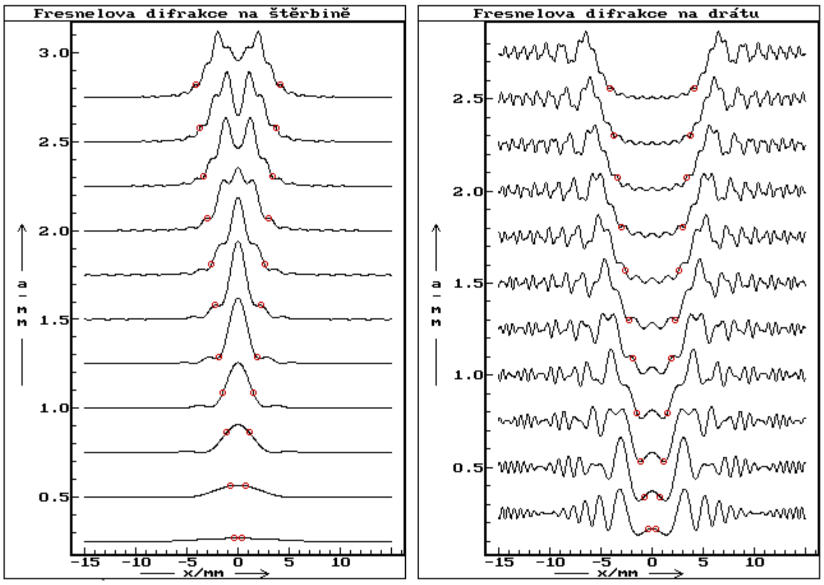


Obr. 6.1



Obr. 6.2

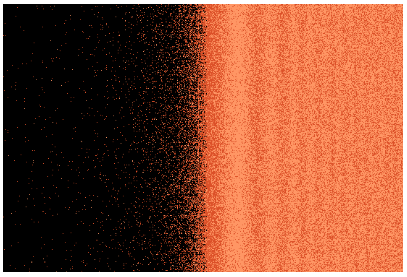
U štěrbin o šířce menší než průměr první Fresnelovy zóny je uprostřed stínítka širší světlý proužek přesahující hranici geometrického stínu, který je po obou stranách lemován řadou slabších proužků, jejichž intenzita se s rostoucí vzdáleností od středu rychle zmenšuje. Za širšími štěrbinami zasahuje ohybový jev jen nepatrně za hranice geometrického stínu a je tvořen řadou světlých a tmavých proužků, z nichž nejvýraznější jsou na kraji. Uprostřed může vzniknout lokální maximum i lokální minimum.



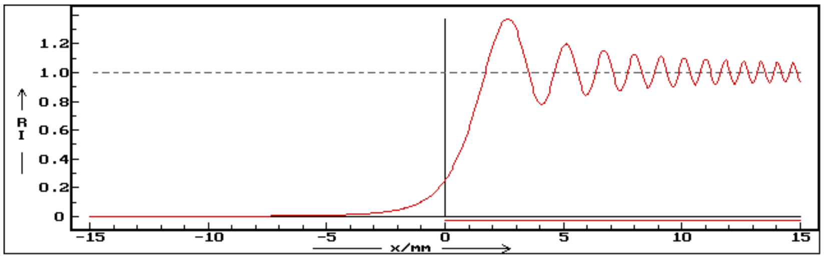
Obr. 6.3

Ohyb na drátu se projevuje daleko za hranicemi geometrického stínu vznikem poněkud nepravidelných světlých a tmavých proužků. Je-li šířka drátu větší než průměr první Fresnelovy zóny, vznikají v geometrickém stínu pravidelné proužky. Jejich šířka je stejná jako při Fresnelově ohybu na dvou štěrbinách, jejichž vzájemná vzdálenost by byla stejná jako tloušťka drátu. To nasvědčuje, že ze světelné vlnoplochy, která dorazila k drátu, se v geometrickém stínu jako elementární světelné zdroje uplatní především oblasti ležící v těsné blízkosti drátu. Uprostřed stínítka je vždy lokální maximum, tedy světlý proužek.

Je-li šířka štěrbiny nebo tloušťka drátu mnohonásobně větší než průměr první Fresnelovy zóny, vzniká u hranic geometrického stínu ohybový jev jako při Fresnelově ohybu na polorovině, který je pro stejné rozměry aparatury a stejnou vlnovou délku jako v předcházejících případech vymodelován na obr. 6.4 a graficky znázorněn na obr. 6.5.



Obr. 6.4



Obr. 6.5

Úlohy

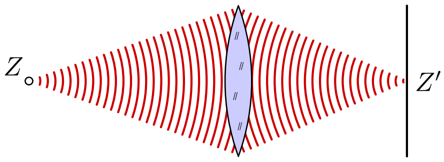
1. Jaký je průměr první Fresnelovy zóny, jestliže $\lambda = 632.8$ nm, $R = 2{,}5$ m, $R' = 5{,}0$ m? Porovnejte jej se šířkou překážek, pro které byly vymodelovány ohybové jevy na obr. 6.1 a 6.2.

2. Kolik světlých proužků vznikne mezi hranicemi geometrického stínu při ohybu na drátu o průměru 2,0 mm za podmínek stejných jako v předcházející úloze? Výsledek výpočtu porovnejte s grafem na obr. 6.3.

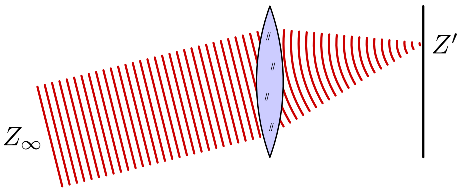
3. Proč je relativní intenzita ozáření na hranici geometrického stínu za polorovinou rovna přesně 1/4?

7 Výpočet dráhového rozdílu u Fraunhoferových ohybových jevů

Optické zobrazení se řídí zákony geometrické optiky, jejichž zobecněním je *Fermatův princip*. Podle něj probíhá světlo mezi dvěma body vždy po takové dráze, k jejímuž proběhnutí potřebuje za daných podmínek extrémní, obvykle minimální dobu. Jestliže se světlo, které vyšlo ze zdroje Z a prošlo ideálním objektivem, soustředí v obrazu Z', znamená to, že všechny části vlnění se pohybovaly stejnou dobu a v bodě Z' se setkávají se stejnou fází (obr. 7.1, 7.2).

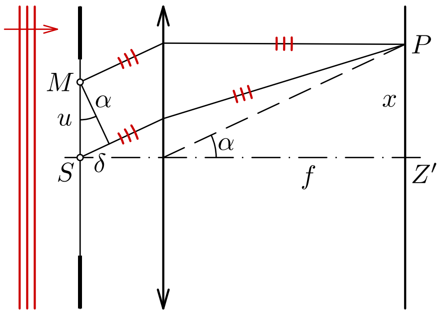


Obr. 7.1

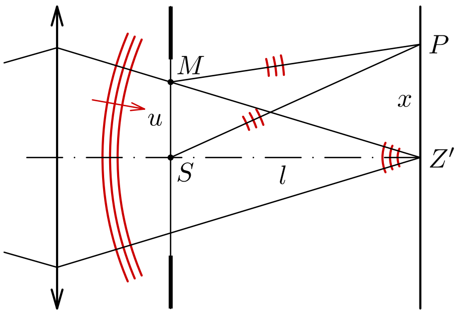


Obr. 7.2

Jiná je situace při ohybu vlnění, kdy se jednotlivé části vlnoploch chovají jako samostatné elementární zdroje kmitající se stejnou fází. Elementární vlnění z těchto zdrojů se na stínítku, kromě bodu Z', setkávají s určitým dráhovým rozdílem, a tedy s různou fází. Porovnejme dráhové rozdíly v uspořádání aparatury podle obr. 1.5b a obr. 1.5a při použití stejné ohybové překážky. Sledujeme elementární vlnění vznikající v rovině difrakční překážky v bodě S na optické ose a v bodě M o souřadnici u a zjišťujeme, s jakým dráhovým rozdílem se setkají na stínítku v bodě P o souřadnici x (obr. 7.3, 7.4).



Obr. 7.3



Obr. 7.4

V prvním případě dopadají na překážku rovinné vlnoplochy a body S a M kmitají se stejnou fází. Stínítko leží v ohniskové rovině čočky o ohniskové vzdálenosti f. Za předpokladu $x \ll f$ se elementární vlnění setkávají v bodě P s dráhovým rozdílem

$$\delta = u \sin\alpha \approx u \operatorname{tg}\alpha = \frac{ux}{f}\,.$$

V druhém případě dopadají na překážku, jejíž vzdálenost od stínítka je l, kulové vlnoplochy a bod M kmitá s předstihem. Elementární vlnění se v bodě P setkávají s dráhovým rozdílem

$$\delta = |MZ'| - |SZ'| + |SP| - |MP| = \sqrt{l^2+u^2} - l + \sqrt{l^2+x^2} - \sqrt{l^2+(x-u)^2}\,.$$

Za předpokladu $u \ll l\,,\ \ x \ll l$ můžeme psát

$$\delta \approx l\left(1+\frac{u^2}{2l^2}\right) - l + l\left(1+\frac{x^2}{2l^2}\right) - l\left(1+\frac{(x-u)^2}{2l^2}\right) = \frac{ux}{l}\,.$$

Při pokusech se spektroskopickými mřížkami, které mají velmi jemnou strukturu, mohou mít ohybové jevy rozměry srovnatelné s celkovými rozměry aparatury. V takovém případě použijeme pro uspořádání podle obr. 1.5b vztah

$$\delta = u \sin\alpha = u\frac{x}{\sqrt{f^2+x^2}}\,.$$

V uspořádání podle obr. 1.5a je $u \ll l,\ u \ll x$, a proto $|MZ'| \approx |SZ'|$,

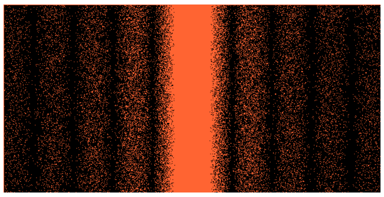
$$\delta \approx |SP| - |MP| = \sqrt{l^2+x^2} - \sqrt{l^2+(x-u)^2} \approx \sqrt{l^2+x^2} - \sqrt{l^2+x^2-2xu} =$$

$$= \sqrt{l^2+x^2}\left(1-\sqrt{1-\frac{2xu}{l^2+x^2}}\right) \approx \sqrt{l^2+x^2}\cdot\frac{xu}{l^2+x^2} = u\frac{x}{\sqrt{l^2+x^2}}\,.$$

Porovnáme-li předcházející výsledky, docházíme k závěru: *Pokud ohnisková vzdálenost f druhé čočky v uspořádání podle obr. 1.5b je stejná jako vzdálenost l v uspořádání podle obr. 1.5a, jsou dráhové rozdíly v obou případech stejné a na stínítku vznikne stejný ohybový jev.* Teoretická odvození zákonů Fraunhoferových ohybových jevů jsou jednodušší pro uspořádání podle obr. 1.5b, zatímco při pokusech volíme obvykle uspořádání podle obr. 1.5a.

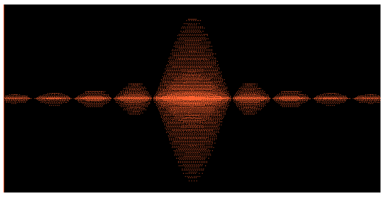
8 Fraunhoferův ohyb na štěrbině

Při pokusu se štěrbinou můžeme použít štěrbinový i bodový zdroj světla. Jako difrakční překážku použijeme štěrbinu s nastavitelnou šířkou. Vzhled stínítek v monochromatickém světle je vymodelován na obr. 8.1 a 8.2. Při osvětlení štěrbinovým zdrojem vzniknou na stínítku interferenční proužky, z nichž prostřední je nejjasnější a dvakrát širší než postranní proužky, jejichž intenzita se s rostoucí vzdáleností rychle zmenšuje. Při osvětlení bodovým zdrojem je ohybový jev složen z úseček kolmých ke směru štěrbiny. Délky úseček na obr. 8.2 jsou stejné jako šířky proužků na obr. 8.1. Jestliže použijeme štěrbinový zdroj bílého světla, je prostřední proužek bílý a postranní proužky jsou duhově zbarveny. Zmenšujeme-li šířku štěrbiny, ohybový jev se roztahuje do šířky a jeho intenzita se rychle zmenšuje.



Obr. 8.1

Obr. 8.2



Při odvození závislosti intenzity ozáření stínítka na vzdálenosti od osy středního interferenčního proužku budeme předpokládat uspořádání aparatury podle obr. 1.5b. Celou štěrbinu o šířce a rozdělíme na úzké proužky (obr. 8.3), které se chovají jako elementární zdroje vlnění. Určíme fázor $\boldsymbol{A}$ kmitání na stínítku v bodě P o souřadnici x. Počáteční fázi kmitů vyvolaných v bodě P elementárním vlněním přicházejícím z okraje M štěrbiny zvolíme nulovou. Elementární vlnění přicházející z úzkého proužku o šířce $\mathrm{d}u$, jehož vzdálenost od okraje M je u, přichází do bodu P s dráhovým rozdílem δ a fázovým rozdílem

$$\varepsilon = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\pi u \sin\alpha}{\lambda}\,.$$

Příslušný elementární fázor $\mathrm{d}\boldsymbol{A}$ má velikost $|\mathrm{d}\boldsymbol{A}| = B \cdot \mathrm{d}u$, kde B je konstanta úměrnosti závislá na výkonu zdroje a rozměrech aparatury. Všechny elementární fázory vytvoří v Gaussově rovině oblouk o poloměru ϱ (obr 8.4), jehož středový úhel 2φ je roven fázovému předstihu elementárního vlnění přicházejícího od okraje N štěrbiny. Platí

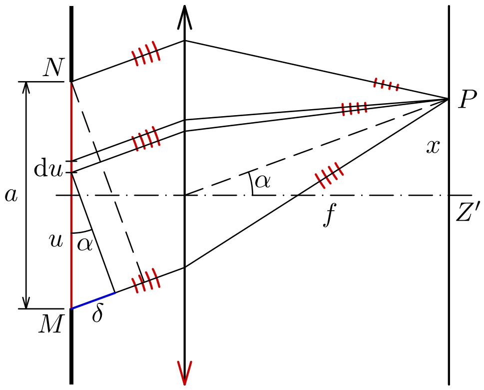
$$|\mathrm{d}\boldsymbol{A}| = \varrho \cdot \mathrm{d}\varepsilon = \varrho \frac{2\pi \cdot \sin\alpha}{\lambda} \cdot \mathrm{d}u \ = B \cdot \mathrm{d}u\,, \qquad \varrho = \frac{B\lambda}{2\pi \sin\alpha}\,,$$

Výsledný fázor $\boldsymbol{A}$ má velikost

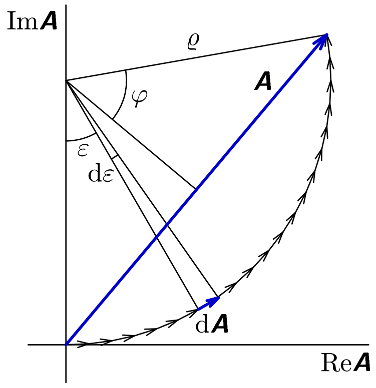
$$A = 2\varrho \sin\varphi\,, \quad \text{kde} \quad 2\varphi = \frac{2\pi a \sin\alpha}{\lambda},.$$

Po dosazení

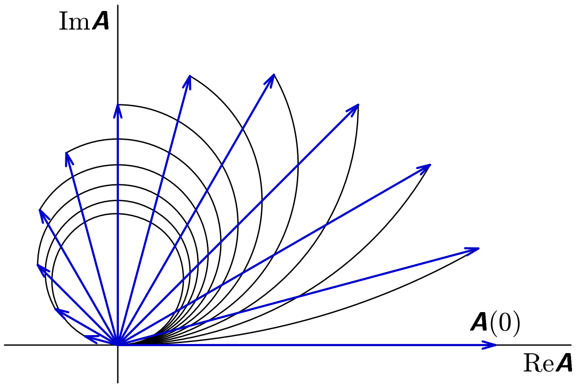
$$A = \frac{B\lambda}{\pi \sin\alpha} \sin\varphi = Ba\frac{\lambda}{\pi a \sin\alpha} \sin\varphi = Ba\frac{sin\varphi}{\varphi}\,.$$



Obr. 8.3



Obr. 8.4



Obr. 8.5

Získaný vztah nemůžeme použít pro výpočet velikosti výsledného fázoru $\boldsymbol{A}(0)$ kmitání v bodě Z', kde $\alpha = 0$, $\varphi = 0$. Zde se elementární vlnění setkávají se stejnou fází, proto

$$|\boldsymbol{A}(0)| = A(0) = \sum |\mathrm{d}\boldsymbol{A}| = B \sum \mathrm{d}u = Ba\,.$$

V ostatních bodech stínítka je

$$A = A(0)\frac{\sin\varphi}{\varphi}\,.$$

Měníme-li souřadnici x bodu P, mění se i úhel φ a velikost výsledného vektorového součtu elementárních fázorů, jak vidíme na obr. 8.5. Pro relativní intenzitu ozáření dostaneme vztah

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{A}{A_0}\right)^2 = \left(\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)^2 ,$$

který je graficky znázorněn na obr. 8.6. Interferenční minima vznikají v místech, kde

$$\varphi \neq 0\,, \quad \sin\varphi = 0\,,$$

$$\varphi = \frac{\pi a \sin\alpha}{\lambda} = k\pi\,, \quad a\sin\alpha = k\lambda\,, \quad k \neq 0\,, \text{ celé číslo.}$$

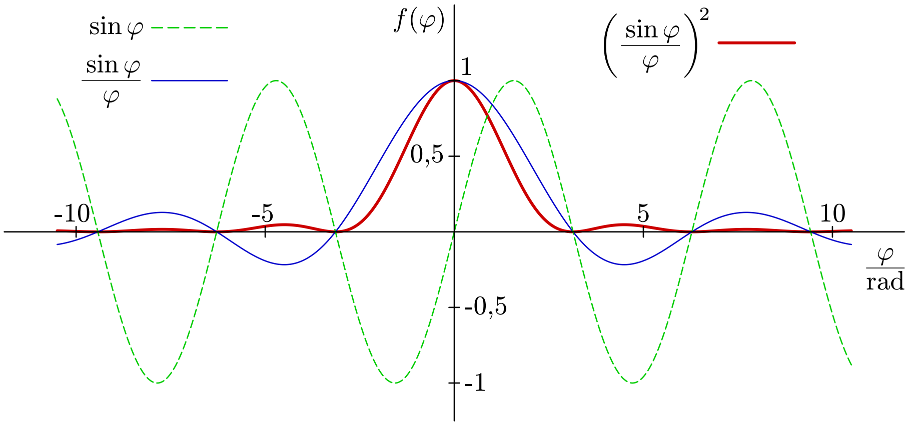
V takovém případě je fázorový diagram uzavřený a výsledný fázor nulový. Protože v uspořádání podle obr. 1.5b předpokládáme $x \ll f$, můžeme psát

$$\sin\alpha \doteq \operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{f}\,, \qquad \varphi = \frac{\pi a}{\lambda f}\cdot x\,.$$

Podmínku minima pak můžeme zjednodušit na tvar

$$\frac{\pi a}{\lambda f}x = k\pi\,, \qquad x = k\cdot x_1\,, \qquad x_1 = \frac{\lambda f}{a}\,.$$

Postranní interferenční proužky mají šířku x_1, šířka středního proužku je dvojnásobná.



Obr. 8.6

V uspořádání pokusu podle obr. 1.5a dostaneme stejný ohybový jev jako v uspořádání podle obr. l.5b. Za předpokladu $x \ll l$ platí však vztahy

$$\varphi = \frac{\pi a}{\lambda l}\,, \qquad x_1 = \frac{\lambda l}{a}\,.$$

Úlohy

1. Určete přibližně relativní intenzitu ozáření v prvním postranním maximu Fraunhoferova ohybu na štěrbině a odhadněte, kolikrát více světelné energie dopadá do prostředního interferenčního proužku než do prvního postranního proužku. (První postranní maximum leží zhruba uprostřed mezi prvním a druhým minimem.)

2. Při pokusu uspořádaném podle obr. 1.5a osvětlíme štěrbinu širokou 1,0 mm štěrbinovým zdrojem se sodíkovou výbojkou, která vydává světlo o vlnové délce 589 nm. Jak široký bude střední interferenční proužek na stínítku vzdáleném od štěrbiny 2,0 m?

9 Fraunhoferův ohyb na řadě rovnoběžných štěrbin.

Posuneme-li ohybovou štěrbinu na obr. 8.1 kolmo k optické ose aparatury, poloha a vzhled Fraunhoferova ohybového jevu na stínítku se nezmění, o čemž se snadno přesvědčíme pokusem. Fáze všech elementárních vlnění, která přicházejí z jednotlivých částí štěrbiny do zvoleného bodu stínítka, se změní o tutéž hodnotu a fázor výsledného kmitání se v Gaussově rovině pouze pootočí.

Tvoří-li difrakční překážku ekvidistantní řada N rovnoběžných štěrbin o mezistředové vzdálenosti b a o šířce a (obr. 9.1), vyvolá každá z nich v bodě P o souřadnici x kmitání se stejnou amplitudou, ale různou fází. Vlnění ze sousedních štěrbin přicházejí s dráhovým rozdílem

$$\delta = b \sin \alpha \, .$$

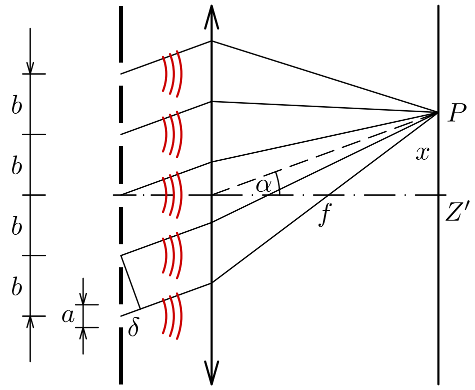
Při použití monochromatického zdroje s vlnovou délkou λ je příslušný fázový rozdíl

$$2\psi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\pi b \sin \alpha}{\lambda} \, .$$

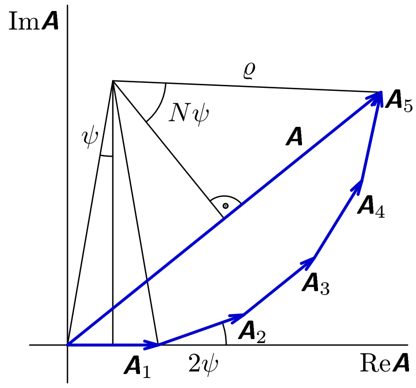
Fázor výsledného kmitání v bodě P určíme pomocí diagramu na obr. 9.2 jako vektorový součet fázorů kmitání vyvolaných jednotlivými štěrbinami:

$$\boldsymbol{A} = \sum_{1}^{N} \boldsymbol{A}_i \, .$$

Kmitání vyvolanému první štěrbinou (na obrázku dolní) jsme přiřadili nulovou počáteční fázi.



Obr. 9.1



Obr. 9.2

Vznikne lomená čára, jejíž vrcholy leží na kružnici o poloměru ϱ. Platí

$$\varrho = \frac{A_1}{2\sin\psi}\,, \qquad A = 2\varrho\sin(N\psi) = \frac{A_1}{\sin\psi}\sin(N\psi) = NA_1\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\,.$$

Přitom se uplatní i „štěrbinová funkce“

$$A_1(\varphi) = A_1(0)\frac{\sin\varphi}{\varphi}\,,$$

takže

$$A = NA_1(0)\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}\cdot\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\,.$$

Uprostřed stínítka $A = NA_1(0)$. Závislost relativní intenzity ozáření na poloze bodu P vyjadřuje funkce

$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} = \left(\frac{A}{NA_1(0)}\right)^2 = \left(\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)^2\cdot\left[\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\right]^2\,.$$

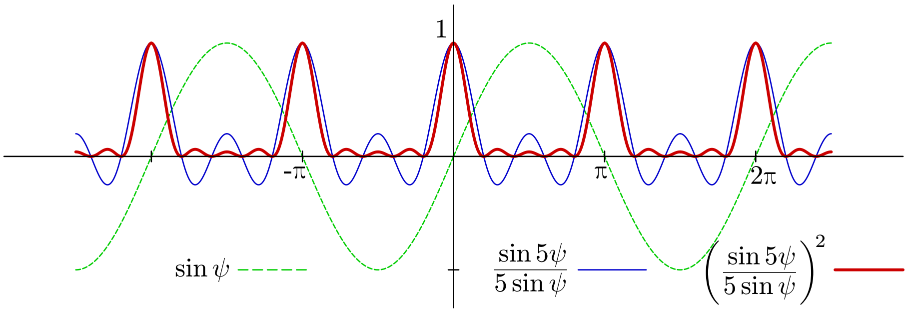
Odvozené vztahy jsou pro $N = 5$, $b = 3a \Rightarrow \psi = 3\varphi$ graficky znázorněny na obr. 9.3, 9.4. Pokud $x \ll f$, můžeme psát

$$\sin\alpha \doteq \operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{f}\,, \quad \varphi = \frac{\pi a}{f\lambda}\cdot x\,, \quad \psi = \frac{\pi b}{f\lambda}\cdot x\,.$$

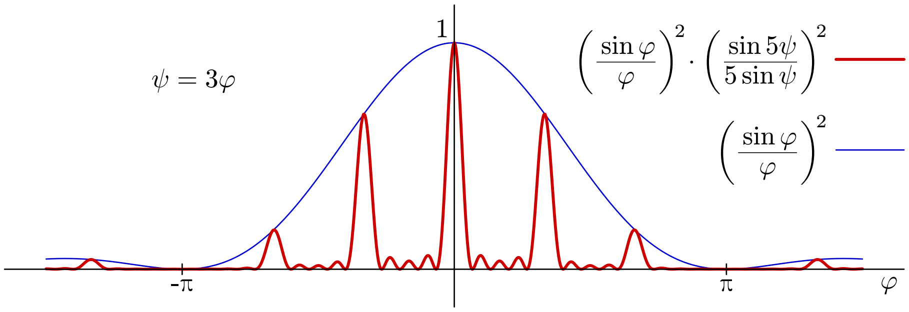
Vzhled stínítka při použití štěrbinového monochromatického zdroje světla je pro různá N zachycen na obr. 9.5. Vidíme, že na stínítku jsou pravidelně rozložena výrazná *hlavní maxima* v místech, kde

$$\psi = k\pi\,, \qquad \delta = b\sin\alpha \doteq \frac{bx}{f} = k\lambda\,, \qquad x = k\cdot\frac{\lambda f}{b} = kx_1\,.$$

k je celé číslo. Jeho absolutní hodnotu nazýváme *řád maxima.*



Obr. 9.3

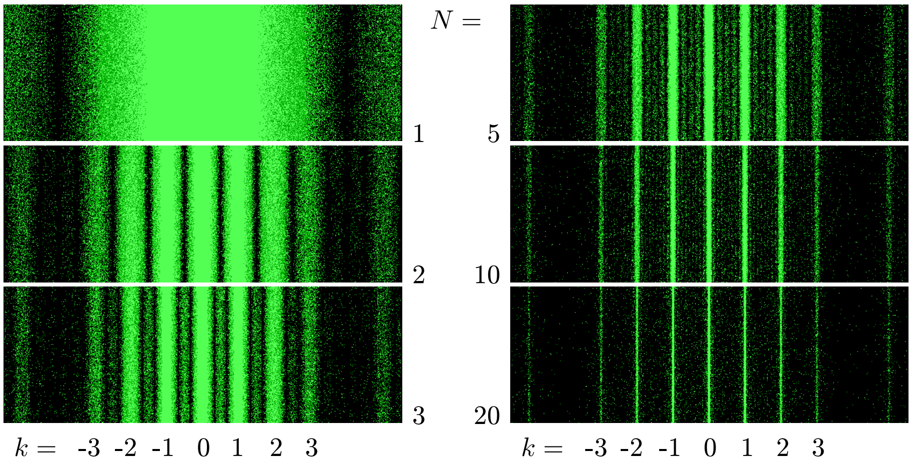


Obr. 9.4

Zatím jsme předpokládali uspořádání aparatury podle obr. 1.5b. Pro uspořádání podle obr. 1.5a je

$$\varphi = \frac{\pi a}{l\lambda} \cdot x\,, \quad \psi = \frac{\pi b}{l\lambda} \cdot x\,, \quad x_1 = \frac{\lambda l}{b}\,.$$

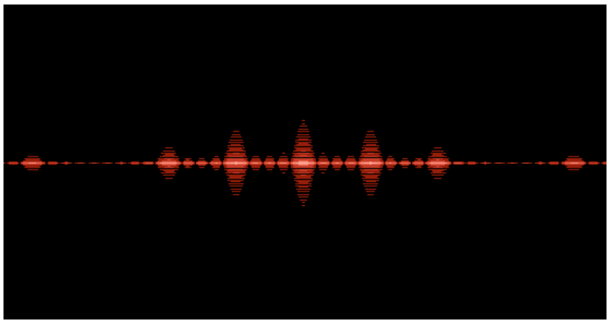
V hlavních maximech se vlnění od sousedních štěrbin setkávají s dráhovým rozdílem rovným celistvému násobku vlnové délky. Vlnění od všech štěrbin sem proto přicházejí se stejnou fází, což není splněno v žádném jiném bodu stínítka. Intenzita hlavních maxim se mění podle funkce $A_1(\varphi)$, největší je uprostřed stínítka v maximu nultého a prvního řádu. V místech, kde platí $\sin\varphi = 0$, je ohybový jev potlačen.



Obr. 9.5

Mezi sousedními hlavními maximy je rovnoměrně rozloženo $N-1$ minim, kde je relativní intenzita ozáření nulová, a $N-2$ *vedlejších maxim*. Zvětšujeme-li počet štěrbin, hlavní maxima se zúží na ostré čáry, jejich intenzita se zvětšuje a vedlejší maxima vedle nich zanikají.

Použijeme-li bodový monochromatický zdroj světla, nevzniknou na stínítku interferenční proužky, ale jen řada svítících úseček, mezi kterými opět rozlišíme hlavní a vedlejší maxima. Pro $N = 5$ je to vymodelováno na obr. 9.6. Zvětšíme-li počet štěrbin, hlavní maxima vytvoří řadu svítících bodů a vedlejší maxima mezi nimi nebudou prakticky pozorovatelná.



Obr. 9.6

Úlohy

1. Při demonstraci Fraunhoferova ohybu v uspořádání podle obr. 1.5a byla jako difrakční překážka použita soustava čtyř rovnoběžných štěrbin širokých 0,15 mm o mezistředové vzdálenosti 0,60 mm. Popište vzhled stínítka vzdáleného 3,0 m od překážky

a) při osvětlení štěrbinovým zdrojem se zeleným světlem o vlnové délce 546 nm,

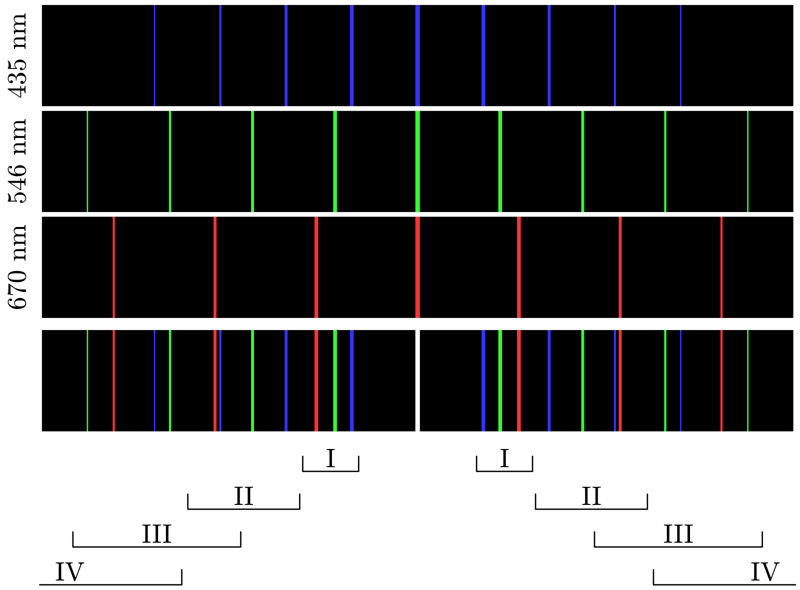
b) při osvětlení bodovým laserovým zdrojem o vlnové délce 670 nm.

2. Určete poměr intenzit ozáření v hlavním maximu a sousedním vedlejším maximu při velkém počtu štěrbin.

10 Optická mřížka. Mřížkové spektrum

Klasické optické difrakční mřížky pro spektroskopické účely jsou nejčastěji zhotoveny jako skleněné destičky, na kterých je rycím strojem vytvořen velký počet jemných rovnoběžných vrypů – několik set na milimetr délky. Vrypy jsou neprůhledné a mezery mezi nimi se chovají jako štěrbiny. Konstantní vzdálenost b sousedních vrypů — *mřížková konstanta* — je stejná jako vzdálenost středů sousedních štěrbin. Mřížky se zhotovují i fotochemickým leptáním, fotografováním čárových předloh na jemnozrnný film aj.

Při Fraunhoferově difrakci monochromatického světla na mřížce vzniknou na stínítku v pravidelných intervalech velmi ostrá hlavní maxima — spektrální čáry. Nulté maximum je uprostřed stínítka a vzdálenost ostatních je přímo úměrná vlnové délce světla. Osvětlíme-li mřížku světlem složeným z několika monochromatických složek, nultá maxima splývají, ale ostatní se rozdělí na obou stranách stínítka, jak je naznačeno na obr. 10.1. Maxima k-tého řádu vytvoří dvě čárová *spektra k-tého řádu*.



Obr. 10.1

Při osvětlení bílým světlem dostaneme spektra spojitá. Vlnová délka fialového konce spektra viditelného světla je přibližně dvakrát menší než vlnová délka konce červeného. Díky tomu spektrum prvního řádu končí přibližně v místech, kde začíná spektrum druhého řádu. Spektra vyšších řádů se překrývají a stávají se nepřehlednými. Proto je vhodné, aby šířka štěrbiny byla polovinou mřížkové konstanty. V takovém případě jsou spektra vyšších řádů potlačena a energie vlnění se přenáší do nultého maxima a spekter prvního řádu. Takto se chovají *holografické mřížky* tvořené řadou jemných interferenčních proužků zachycených na fotografický film, kde se zčernání spojitě mění od maxima k minimu. Štěrbiny tedy nejsou ostře ohraničeny.

Z polohy spektrální čáry můžeme vypočítat její vlnovou délku při uspořádání pokusu podle obr. 1.5b pomocí vztahů

$$b \sin\alpha = k\lambda\,, \quad \lambda = \frac{b\sin\alpha}{k} = \begin{cases} \dfrac{bx}{kf} & \text{je-li } x \ll f, \\ \dfrac{bx}{k\sqrt{f^2+x^2}} & \text{jinak.} \end{cases}$$

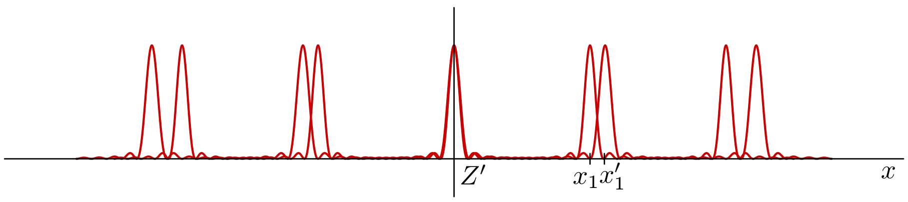
Provedeme-li měření podle obr. 1.5a, nahradíme ve vzorcích ohniskovou vzdálenost f vzdáleností l mřížky od stínítka.

Rozlišovací schopnost mřížky je úměrná celkovému počtu štěrbin N. To vysvětluje obr. 10.2. Dvě zhruba stejně intenzivní spektrální čáry příslušné vlnovým délkám λ a $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$ jsou na hranici rozlišení, jestliže vrchol hlavního maxima jedné čáry padne do nejbližšího minima druhé čáry. Ve spektru prvního řádu to znamená, že

$$x_1' - x_1 = \frac{f(\lambda+\Delta\lambda)}{b} - \frac{f\lambda}{b} = \frac{x_1}{N} = \frac{f\lambda}{bN}\,, \qquad \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N\,,$$

neboť mezi sousedními hlavními maximy je $N-1$ minim. Abychom čáry bezpečně rozlišili, musí platit $N > \lambda/\Delta\lambda$. Ve spektrech vyšších řádů se rozlišovací schopnost mřížky zvětšuje. Obecně ve spektru k-tého řádu je podmínkou rozlišení

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} < kN\,, \qquad N > \frac{\lambda}{k\Delta\lambda}\,.$$



Obr. 10.2

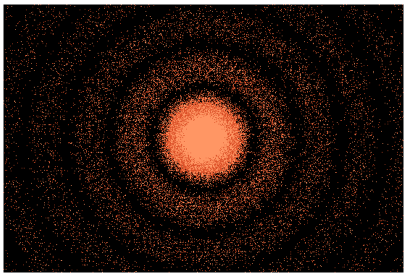
Úlohy

1. Jako hranice viditelného světla se uvádějí vlnové délky 390 nm a 760 nm. Jak široké spektrum prvního řádu vytvoří mřížka s 200 štěrbinami na milimetr v uspořádání podle obr. 1.5a na stínítku vzdáleném 1,0 m?

2. Kolik štěrbin musí mít mřížka, aby ve spektru prvního řádu rozlišila spektrální čáry sodíkového dubletu o vlnových délkách 588,997 nm a 589,593 nm?

11 Fraunhoferův ohyb na kruhovém otvoru

Pro pokusy s kruhovými otvory použijeme bodový zdroj světla tvořený laserem a spojkou rozptylující laserový paprsek. Otvory by měly být co nejpřesnější. Otřepy a jiné odchylky od kruhového tvaru značně ovlivňují kvalitu interferenčního jevu. Průměry otvorů volíme od 0,5 mm do několika milimetrů. Po vložení překážky s otvorem před nebo za objektiv se uprostřed stínítka objeví světlý kruh lemovaný ohybovými kroužky, jejichž intenzita s rostoucím poloměrem rychle klesá. Vzhled stínítka modeluje obr. 11.1. Zvolíme-li menší otvor, rozměry ohybového jevu se zvětší a jeho intenzita poklesne.



Obr. 11.1

Matematický popis ohybu na kruhovém otvoru je poněkud složitější než u štěrbiny. Pro jakýkoliv průměr D otvoru můžeme závislost relativní intenzity ozáření na vzdálenosti r od středu stínítka popsat pomocí funkce proměnné

$$\tau = \frac{\pi D}{\lambda f} \cdot r \qquad \text{pro uspořádání podle obr. 1.5b}, \quad r \ll f\,,$$

nebo

$$\tau = \frac{\pi D}{\lambda l} \cdot r \qquad \text{pro uspořádání podle obr. 1.5a}, \quad r \ll l\,,$$

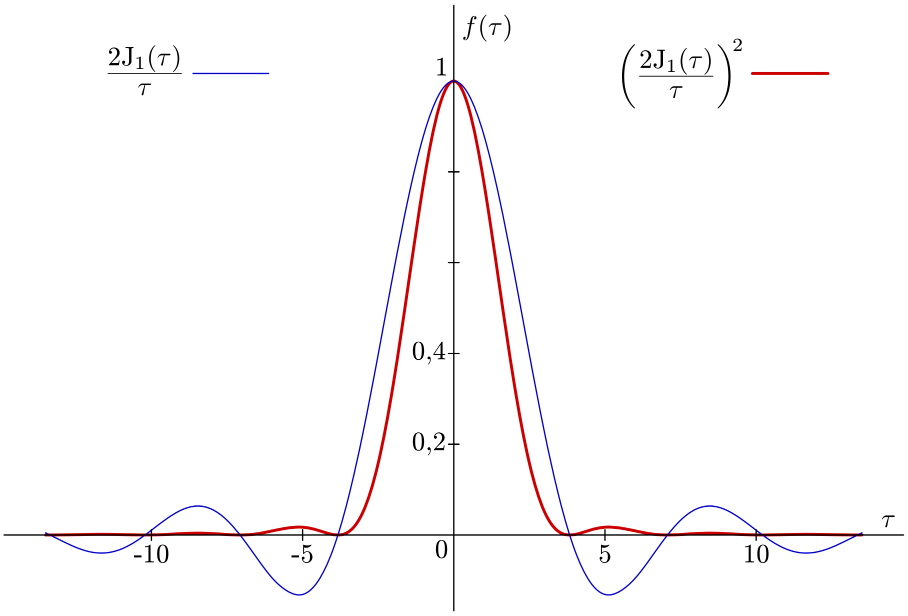
$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} = \left[1 - \frac{\tau^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{\tau^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 3} - \frac{\tau^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 4} + \cdots\right]^2 = \left[\frac{2\mathrm{J}_1(\tau)}{\tau}\right]^2 .$$

$\mathrm{J}_1(\tau)$ je *Besselova funkce* prvního druhu, řádu 1. Odvození je uvedeno např. v [1], [2]. Pro $\tau > 5$ dostaneme dostatečně přesný výsledek pomocí vztahu

$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} \doteq \frac{8}{\pi\tau} \left[\frac{\cos\left(\tau - \dfrac{3\pi}{4}\right)}{\tau}\right]^2 .$$

Z grafu na obr. 11.2 vyčteme, že první minimum funkce nastává pro $\tau = 3{,}83$. Poloměr prvního tmavého kroužku, který omezuje střední světlý kruh je

$$r = \frac{3.83}{\pi} \cdot \frac{\lambda f}{D} = 1{,}22 \frac{\lambda f}{D} \quad (\text{resp.} \quad r = 1{,}22 \frac{\lambda l}{D}).$$



Obr. 11.2

Úlohy

1. Bodový zdroj laserového světla o vlnové délce 632.8 nm zobrazíme na stínítko vzdálené 5,0 m od objektivu. Jaký průměr musí mít otvor umístěný těsně za objektiv, aby první tmavý kroužek měl průměr 1,0 cm?

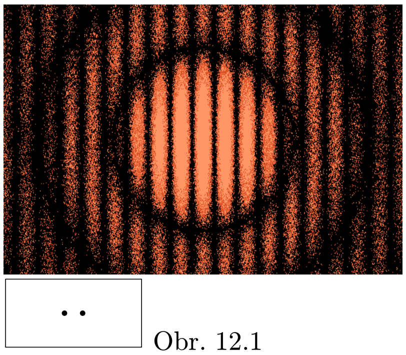
2. Prostým okem se díváme na vzdálený bodový zdroj světla o vlnové délce 590 nm přes clonku, ve které je otvor o průměru 0,5 mm. Pod jakým zorným úhlem uvidíme první tmavý kroužek ohybového jevu?

12 Fraunhoferův ohyb na soustavě kruhových otvorů a dalších překážkách

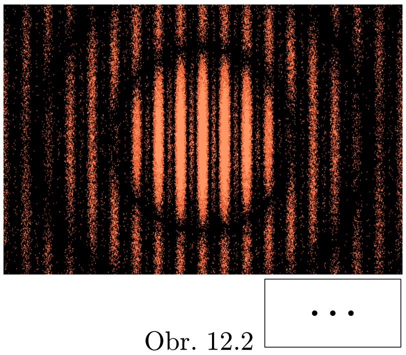
V této kapitole budeme předpokládat uspořádání pokusů podle obr. 1.5a.

Při Fraunhoferově ohybu na vodorovné ekvidistantní řadě stejných kruhových otvorů o průměru D a mezistředové vzdálenosti b je situace obdobná jako při ohybu na ekvidistantní řadě svislých rovnoběžných štěrbin. Vlnění přicházející z jednotlivých otvorů do určitého bodu stínítka mají zde stejnou amplitudu, ale různou fázi. Dochází k interferenci, která vede opět ke vzniku hlavních a vedlejších maxim v podobě interferenčních proužků různé intenzity kolmých na spojnici středů kruhových otvorů (obr. 12.1, 12.2). Vzdálenosti maxim od středu stínítka jsou stejné jako při ohybu na řadě rovnoběžných štěrbin. Závislost relativní intenzity ozáření na poloze bodu sínítka je určena součinem „otvorové funkce“ z kap. 11 a „mřížkové funkce“ z kap. 10:

$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} = \left[\frac{2J_1(\tau)}{\tau}\right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\right]^2 , \quad \text{kde} \quad \tau = \frac{\pi D}{\lambda l}\cdot r\,, \quad \psi = \frac{\pi b}{\lambda l}\cdot x\,.$$



Obr. 12.1



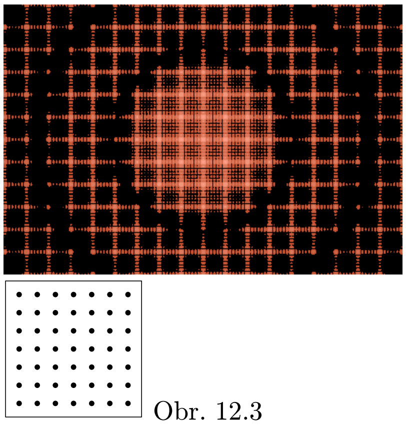
Obr. 12.2

Kruhové otvory uspořádané do čtvercové sítě s intervalem b tvoří rovinnou mřížku, u které se „mřížková funkce“ uplatní i ve svislém směru. Relativní intenzita ozáření je popsána vztahy

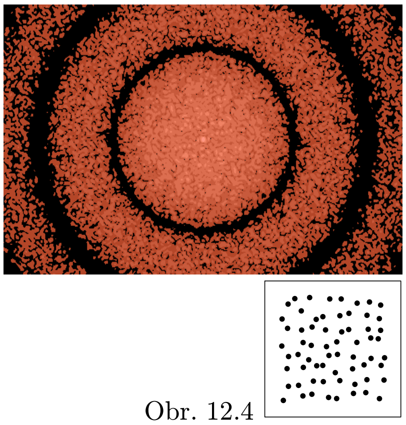
$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} = \left[\frac{2J_1(\tau)}{\tau}\right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\psi)}{N\sin\psi}\right]^2 \cdot \left[\frac{\sin(N\xi)}{N\sin\xi}\right]^2 , \quad \text{kde} \quad \xi = \frac{\pi b}{\lambda l}\cdot y\,,$$

τ a ψ jsou definovány stejně jako u řady otvorů. Hlavní maxima ohybového jevu jsou bodová — leží v uzlových bodech čtvercové sítě o souřadnicích

$$x = m\cdot\frac{\lambda l}{b}\,, \quad y = n\cdot\frac{\lambda l}{b}\,, \quad \text{kde } m,\ n \text{ jsou celá čísla.}$$

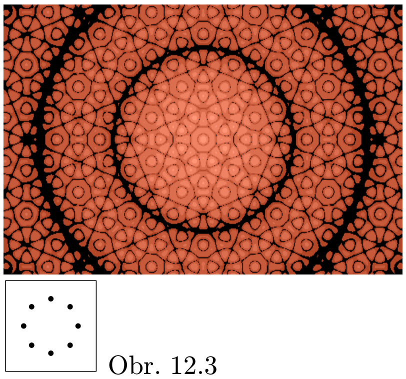


Obr. 12.3

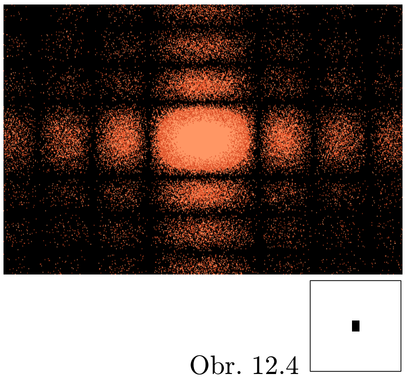


Obr. 12.4

Každé pravidelné rozložení ohybových otvorů v rovině difrakční překážky se projeví v pravidelnosti ohybového jevu, která může být vyjádřena určitou „mřížkovou funkcí“ proměnných x a y, obvykle dosti složitou. Pro ilustraci slouží obr. 12.5, který zobrazuje Fraunhoferův ohyb na osmi kruhových otvorech rovnoměrně rozložených na kružnici. Jsou-li naopak otvory rozloženy zcela náhodně jako na obr. 12.4, uplatní se pouze „otvorová funkce“ a ohybový jev na stínítku je obdobný jako při difrakci na jediném otvoru, pouze poněkud „zrnitý“.



Obr. 12.3



Obr. 12.4

Jako difrakční překážku můžeme snadno realizovat otvor obdélníkového tvaru o šířce a a výšce b. Fraunhoferův ohybový jev za takovýmto otvorem je vymodelován na obr. 12.6. Zde se uplatní ve vodorovném i ve svislém směru

„štěrbinová funkce“ z kap. 8. Relativní intenzita ozáření je popsána vztahy

$$\frac{I}{I_\mathrm{m}} = \left(\frac{\sin\varphi_1}{\varphi_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\varphi_2}{\varphi_2}\right)^2 , \quad \text{kde} \quad \varphi_1 = \frac{\pi a}{\lambda l}\cdot x \,, \quad \varphi_2 = \frac{\pi b}{\lambda l}\cdot y \,.$$

Je-li při Fraunhoferově ohybu difrakční překážkou malý otvor nebo úzká štěrbina, projde jen malá část dopadajícího světla, která vytvoří na stínítku ohybový jev dobře pozorovatelný v zatemněné místnosti. Jiná situace nastane, je-li difrakční překážkou malý terčík, nebo tenký drát. V takovém případě se podstatná část světelného vlnění soustředí uprostřed stínítka v téměř dokonalém geometrickém obrazu zdroje, který je velmi jasný, a ohybový jev je v důsledku oslnění pozorovatele málo patrný. Nicméně existuje a platí pro něj *Babinetova věta: Ohybový jev vytvořený dvěma doplňkovými překážkami je stejný s výjimkou místa geometrického obrazu zdroje.* Za drátem tedy vznikne stejný ohybový jev jako za stejně širokou štěrbinou, za terčíkem vznikne stejný ohybový jev jako za otvorem téže velikosti a tvaru.

Babinetova věta plyne z Huygensova principu a principu interference. Všechny body v rovině difrakční překážky, do kterých přichází světlo, můžeme považovat za nové elementární zdroje světelného vlnění. Po vložení překážky zůstane část těchto elementárních zdrojů odkryta. Světelným kmitům, které tyto elementární zdroje vyvolají v určitém bodě P stínítka, můžeme v Gaussově rovině přiřadit fázor $\boldsymbol{A}'$. Zbývající elementární zdroje jsou naopak odkryty při vložení doplňkové překážky a v témže bodě vyvolají světelné kmity s fázorem $\boldsymbol{A}''$. Vektorový součet $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}' + \boldsymbol{A}''$ přísluší kmitům vyvolaným v daném bodě stínítka před vložením překážky všemi elementárními zdroji dohromady. Protože však ve všech bodech $P \not\equiv Z'$ stínítka kromě místa geometrického obrazu zdroje je před vložením překážky intenzita ozáření nulová, platí zde

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{0} \,, \quad \boldsymbol{A}' = -\boldsymbol{A}'' \,.$$

To znamená, že kmity, které vzniknou v bodě P po vložení difrakční překážky, mají stejnou amplitudu jako kmity, které vzniknou po vložení překážky doplňkové, a v obou případech je zde stejná intenzita ozáření.

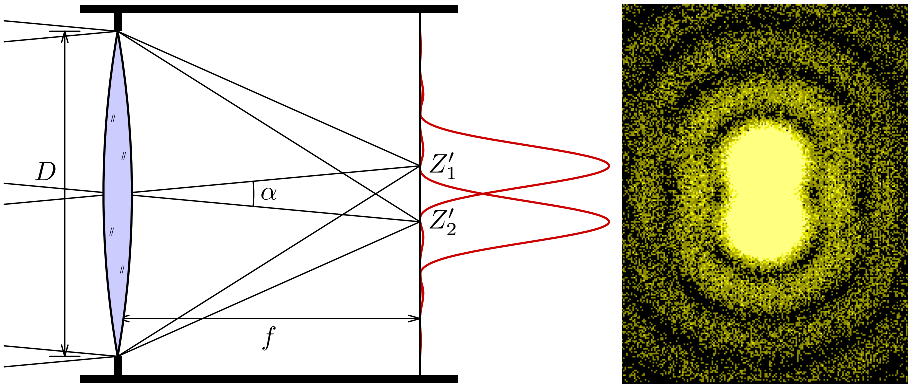
V důsledku platnosti Babinetovy věty vznikne za překážkou nepravidelně posetou drobnými kruhovými terčíky (například za sklem posetým výtrusy plavuně) stejný Fraunhoferův ohybový jev jako za překážkou s velkým počtem nepravidelně rozmístěných otvorů téhož průměru (obr. 12.4). Podobný jev pozorujeme okolo bodového zdroje světla, díváme-li se na něj v noci přes mírně zamlžené sklo nebo v mlze.

13 Vlnové omezení rozlišovací schopnosti optických přístrojů

Dalekohled

Velmi vzdálené svítící těleso, například hvězda, by se mělo podle zákonů geometrické optiky zobrazit v ohniskové rovině objektivu dalekohledu jako bod. V důsledku Fraunhoferova ohybu světla na kruhovém vstupním otvoru o průměru D však místo bodu vznikne malá kruhová ploška obklopená kroužky. Pozorujeme-li dva takové objekty, které leží přibližně ve stejném směru, jejich difrakční obrazce se překrývají a mohou téměř splynout. Za hranici rozlišitelnosti dvou zhruba stejně jasných objektů považujeme případ, kdy nulté maximum jednoho ohybového obrazce leží v prvním minimu druhého obrazce (obr. 13.1). Obrazce jsou tedy vzájemně posunuty o poloměr x prvního tmavého kroužku. Tomu odpovídá úhlová vzdálenost obou objektů (v radiánech)

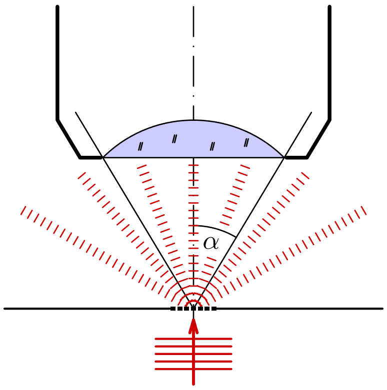
$$\alpha = \frac{x}{f} = 1,22\frac{\lambda}{D}\,.$$



Obr. 13.1

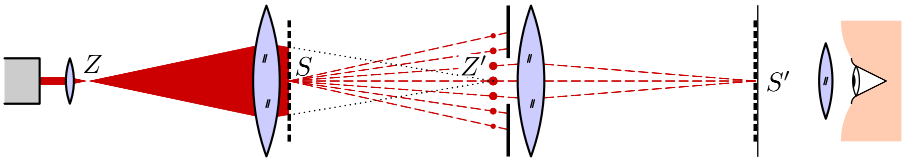
Mikroskop

Mikroskopický preparát s pravidelnou jemnou strukturou působí na světlo jako ohybová mřížka, za kterou se světelný tok rozdělí do směrů splňujících podmínku pro vznik interferenčního maxima. Má-li objektiv mikroskopu zobrazit jednotlivé štěrbiny mřížky, musí do něj proniknout kromě vlnění nultého maxima, které se šíří ve směru optické osy, ještě alespoň vlnění prvních postranních maxim (obr. 13.2).



Obr. 13.2

O tom se můžeme přesvědčit pokusem podle obr. 13.3. Objektivem o ohniskové vzdálenosti 25 cm zobrazíme bodový laserový zdroj světla Z do bodu Z', kam dočasně umístíme pomocné stínítko. Za objektiv vložíme optickou mřížku s deseti štěrbinami na milimetr a na stínítku se objeví řada bodových interferenčních maxim. Pomocné stínítko nahradíme dalším objektivem o ohniskové vzdálenosti 25 cm a na matnici zachytíme obraz mřížky jím vytvořený. Zacloníme-li postranní interferenční maxima ohybového jevu a ponecháme-li jen prostřední nulté maximum, síť čár na stínítku zmizí a znovu se objeví, odcloníme-li alespoň jedno postranní maximum.



Obr. 13.3

Pro odchylku α krajních paprsků vstupujících do objektivu od optické osy musí platit $b \sin \alpha > \lambda$. Minimální velikost mřížkové konstanty b, pro kterou je tato podmínka splněna, je

$$b > \frac{\lambda}{\sin \alpha}\,.$$

Vyplníme-li prostor mezi preparátem a objektivem kapalinou o indexu lomu n, vlnová délka světla se zmenší na λ/n a vějíř interferenčních maxim je hustší. Taková úprava mikroskopu se nazývá *imerze* a vyžaduje speciální objektiv. Podmínka rozlišení u mikroskopu s imerzí je

$$b > \frac{\lambda}{n \sin \alpha}\,.$$

Numerická apertura $\sin \alpha$, při imerzi $n \sin \alpha$, je na objektivu mikroskopu vyznačena.

Úlohy

1. Pro vlnové délky uprostřed viditelného světla můžeme rozlišovací mez dalekohledu přibližně vyjádřit vztahem

$$\alpha \doteq \frac{120''}{\{D\}}\,,$$

kde $\{D\}$ je číselná hodnota průměru objektivu v milimetrech. Vysvětlete.

2. Jaká je rozlišovací mez triedru, jehož objektiv má průměr 30 mm? Jaké maximální užitečné úhlové zvětšení může mít dalekohled s tímto objektivem, jestliže rozlišovací mez lidského oka je přibližně $1'$?

3. Proč je ve vybavení mikroskopu modrý filtr? Jak velké detaily můžeme rozlišit mikroskopem, jehož objektiv má numerickou aperturu 0,65 ve světle o vlnové délce 500 nm?

Literatura

[1] Šedivý, P., Arnošt, V.: Difrakční jevy. GJKT Hradec Králové 1994

[2] Šedivý, P., Brož, M.: Famdifr. Famulus Etc. Praha 1995

[3] Strouhal, Č., Novák, V.: Optika. JČMF Praha 1919

[4] Fuka, J., Havelka, B.: Optika. ČSAV Praha 1961

[5] Main, I. G.: Kmity a vlny ve fyzice. ACADEMIA Praha 1990

[6] Komrska, J.: Difraktografické album. UPT ČSAV Brno 1983

Texty [1] a [2] jsou doprovodné texty ke stejnojmenným programům dostupné na Internetu:

`http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/famdifr/famdifr.html`

Výsledky úloh

3. **1.** 2,7 mm. **2.** Podmínka minima je nejprve splněna pro světlo fialové barvy. Zbývající složky spektra vytvoří barvu doplňkovou — žlutou.

4. **1.a** Posunout o 1,64 m ke zdroji nebo ke stínítku. $N = 6$; vzniknou 3 světlé kroužky. **1.b** Posunout o 1,19 m ke zdroji nebo ke stínítku. $N = 5$; Vznikne světlá skvrna a okolo ní dva světlé kroužky.
2. $f = 1{,}013$ m $4f = 4{,}05$ m.

6. **1.** 2,06 mm. **2.** 3. Geometrický stín je široký 6mm, šířka proužků je přibližně 1.6 mm, jeden leží uprostřed, sousední jsou celé uvnitř, další už přesahují hranici. **3.** Vzhledem k symetrii, je amplituda a fáze kmitů vyvolaných vlněním přicházejícím na hranici geometrického stínu z jedné poloroviny poloviční než amplituda kmitů vyvolaných celou rovinou. Poloviční amplitudě kmitů odpovídá čtyřikrát menší intenzita ozáření.

8. **1.** $\varphi \doteq 3\pi/2; I/I_\mathrm{m} \doteq 4/(9\pi^2) = 0{,}045$. 2,3 %. **2.** 2,4 mm.

9. **1.a** Interferenční proužky. Sousední hlavní maxima jsou od sebe vzdálena 2,7 mm, mezi nimi leží 3 minima a 2 vedlejší maxima. 7 hlavních maxim (řád 0, 1, 2, 3) je dobře viditelných, další jsou už slabá nebo úplně potlačena (řád 4, 8). **1.b** Maxima téměř bodová. Vzdálenost sousedních hlavních maxim je 3,4 mm. Ostatní jako v 1.a. **2.** $\psi \doteq 1{,}5\pi/N$; $I/I_\mathrm{m} \doteq 4/(9\pi^2) = 0{,}045$.

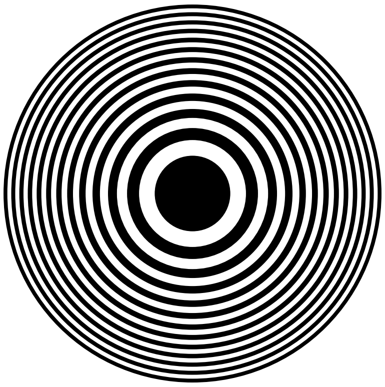
10. **1.** $x_\text{č} - x_\mathrm{f} = 152\ \mathrm{mm} - 78\ \mathrm{mm} = 74\ \mathrm{mm}$. **2.** $N > 988 \doteq 1000$.

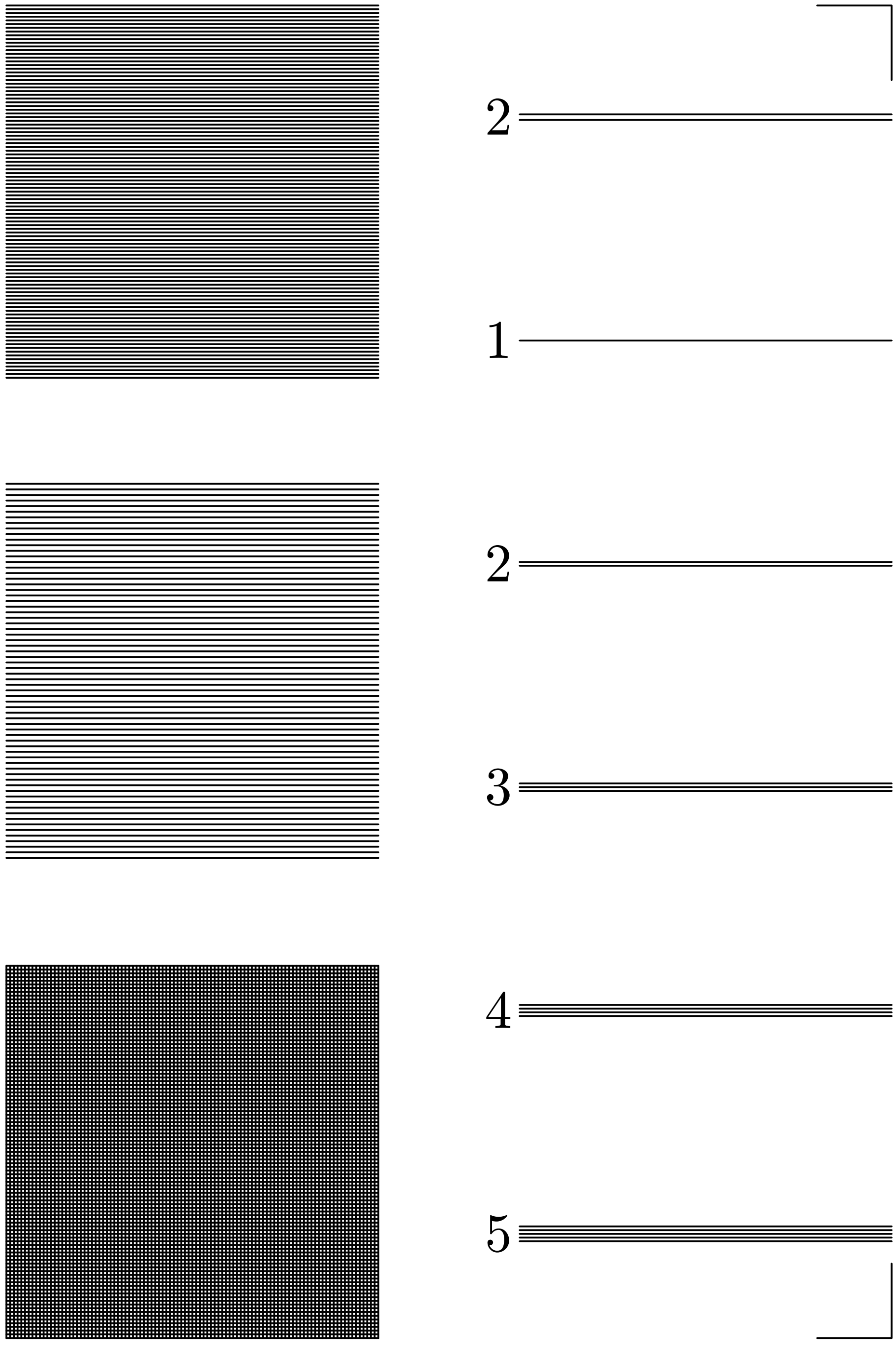
11. **1.** 0,77 mm. **2.** 0,00144 rad $\doteq 5'$.

13. **1** $\lambda \doteq 560$ nm, 1 rad $\doteq 206\,000''$, 1 mm $= 0{,}001$ m;
$5{,}6 \cdot 10^{-7} \cdot 206000/0{,}001 \doteq 120$. **2.** $4''$. 15. **3.** Potlačí ve viditelném oboru světlo o větší vlnové délce. 0,8 μm.

Předlohy pro fotografické zhotovení difrakčních překážek

Je třeba použít černobílý negativní film s co nejlepším rozlišením a vyvolat jej v kontrastní vývojce. Předlohu štěrbin a mřížek zmenšit pětkrát, takže zabere právě políčko kinofilmu. Předlohu Fresnelovy zónové destičky zmenšit šestkrát až desetkrát.




2
1
2
3
4
5